CAHIERS

DOCUMENTS DE TRAVAIL DE LA DGTPE

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Numéro 2007/04 - Juillet 2007

Guide pratique des comptes chaînés

Luc EYRAUD

DGTPE
DIRECTION GÉNÉRALE DU TRÉSOR
ET DE LA POLITIQUE ÉCONOMIQUE

Guide pratique des comptes chaînés

Luc Eyraud

Au moment de la rédaction de cet article, Luc Eyraud était chargé d'études en prévision internationale au bureau PREV2 à la DGTPE.

Ce guide a bénéficié des commentaires de Xavier Bonnet, Stéphane Gallon et Benjamin Carton ainsi que des remarques des participants au séminaire sur les comptes chaînés qui s'est déroulé au ministère de l'économie, des finances et de l'industrie le 8 juin 2007. Les opinions exprimées (et les éventuelles erreurs commises) n'engagent que l'auteur.

SOMMAIRE

RESUME / ABSTRACT 4

SYNTHESE 5

1 – PRINCIPES GENERAUX DES INDICES ET INDICES A BASE FIXE 7

1-1 Indices élémentaires 7

1-2 Indices synthétiques de Laspeyres, de Paasche et de Fisher 8

2 – L'UTILISATION D'INDICES NON CHAINES SUR LONGUES PERIODES 16

2-1 Influence du choix de la date de base dans les comptes non chaînés 16

2-2 Problèmes liés au rebasage des indices à base fixe 19

3 – L'UTILISATION D'INDICES CHAINES SUR LONGUES PERIODES 21

3-1 Définition et propriétés des indices chaînés 22

3-2 Comparaison des indices chaînés et non chaînés 28

4 – LA PRATIQUE DES COMPTES CHAINES 29

4-1 Problèmes posés par les comptes chaînés en niveau 29

4–2 Opérations économiques élémentaires en comptes chaînés 34

4-3 Prévisions en comptes chaînés 44

4-4 Implications du chaînage sur la construction et l'estimation des modèles économiques 48

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES 56

RÉSUMÉ

En 1996, les comptes nationaux américains du Bureau of Economic Analysis sont passés, pour estimer l'évolution des volumes et des prix, d'indices non chaînés à des indices chaînés. Les comptes trimestriels français adoptent, eux aussi, une comptabilité chaînée depuis mai 2007.
Le débat sur le chaînage des comptes peut sembler purement théorique ; en réalité, la pratique quotidienne de l'économie se trouve profondément modifiée par l'adoption de nouvelles normes comptables. Les enseignements tirés de l'expérience américaine peuvent alors s'avérer utiles pour éviter de commettre certaines erreurs lors d'opérations aussi simples que des additions de séries ou que le calcul de contributions à la croissance.
Ce guide rappelle les principes de construction des indices, ainsi que les problèmes soulevés par le chaînage des comptes. Il donne des conseils pour effectuer les opérations économiques habituelles dans le nouveau cadre comptable.

ABSTRACT

In 1996, American national accounts have adopted chained indexes, in order to measure the evolution of aggregated prices and volumes. French quarterly accounts also switched to the new accounting framework in may 2007. This theoretical change has significant implications on practices in macroeconomics. Lessons drawn by the American experience are therefore useful to avoid mistakes and biases.
This guide reminds of the basics of index theory and of problems raised by chained indexes. It gives advices in order to do properly common operations in various fields (additions and subtractions, computations of contributions to growth and of real shares, forecasting methods and macroeconomic modelling).

SYNTHESE

En 1996, les comptes nationaux américains du Bureau of Economic Analysis sont passés, pour estimer l'évolution des volumes et des prix, d'indices non chaînés à des indices chaînés. Les comptes trimestriels français adoptent, eux aussi, une comptabilité chaînée depuis mai 2007.

Le débat sur le chaînage des comptes peut sembler purement théorique ; en réalité, la pratique quotidienne de l'économie se trouve profondément modifiée par l'adoption de nouvelles normes comptables. Les enseignements tirés de l'expérience américaine peuvent alors s'avérer utiles pour éviter de commettre certaines erreurs lors d'opérations aussi simples que des additions de séries ou que le calcul de contributions à la croissance.

Le présent guide n'a pas pour objectif de décrire de manière détaillée et académique la théorie des indices. Ce guide est avant tout pratique : il identifie les problèmes posés par le chaînage des comptes et donne des conseils pour effectuer les opérations économiques habituelles dans le nouveau cadre comptable.

★

Dans un premier temps, le guide rappelle les principaux résultats de la théorie des indices. Un indice synthétique est un nombre qui mesure la croissance, par rapport à une période de référence, d'un agrégat de données hétérogènes. En comptabilité nationale, les indices sont utilisés pour mesurer les variations de volumes et de prix.

Il existe différentes manières de mesurer la croissance d'un agrégat donc différents types d'indices qu'on classe généralement selon deux critères :

- Entre deux dates consécutives, la mesure de la croissance diffère selon la méthode retenue pour pondérer les composantes de l'agrégat ; les indices de Laspeyres, Paasche et Fisher se distinguent ainsi par le fait qu'ils utilisent trois types de pondérations distinctes.
- Entre deux dates éloignées, la mesure de la croissance peut recourir au chaînage ou non : soit l'un des indices précédents est appliqué directement sur l'ensemble de la période (absence de chaînage), soit les indices sont calculés sur des paires de dates consécutives et sont ensuite multipliés pour obtenir l'indice sur la période totale (on dit alors que l'indice est chaîné).

En général, pour mesurer la croissance d'une série, l'indice de Fisher est plus précis que les indices de Laspeyres ou de Paasche et un indice chaîné est plus pertinent pour des études sur longue période qu'un indice non chaîné. C'est pourquoi la comptabilité américaine utilise depuis 1996 des indices de Fisher chaînés pour mesurer les évolutions de prix et de quantités.

Tous les pays n'adoptent pas cette convention comptable. Elle nécessite en effet des calculs plus complexes et requiert des données régulièrement mises à jour. Mais surtout l'inconvénient des comptes chaînés est qu'ils ne présentent pas la propriété d'additivité, c'est-à-dire que la somme des composantes d'un agrégat mesurées par les indices chaînés n'est pas égale à l'agrégat chaîné. Par exemple, le PIB en volume n'est pas égal à la somme des différents postes de la demande (consommation, investissement…).

Cette relative indépendance entre l'agrégat et ses composantes en volume est très problématique, car elle empêche d'effectuer de manière habituelle certaines opérations économiques élémentaires. Dans quatre domaines, en particulier, de nouvelles méthodes doivent être mises en œuvre, que le guide décrit précisément ci-après :

- Pour calculer des séries par addition ou par soustraction.
- Pour calculer des parts ou des contributions.
- Pour effectuer des prévisions.
- Pour construire et estimer des modèles économiques.

1. Principes généraux des indices et indices à base fixe

Par souci de simplification, l'analyse est limitée, dans un premier temps, aux propriétés des indices appliqués à deux dates successives ou à des dates rapprochées. Les problèmes soulevés par l'application d'indices à des périodes plus longues sont étudiés dans la partie 2[1].

1.1 Indices élémentaires

Un indice est un nombre dont la fonction est de traduire les variations d'une grandeur entre deux dates, l'une étant prise comme référence. Les comptes nationaux utilisent des indices pour isoler, dans l'évolution d'une série en valeur, ce qui relève des variations de quantités[2] de ce qui relève des variations de prix.

En toute rigueur, l'indice de volume (resp. de prix) mesure uniquement le rapport du volume (resp. du prix) courant au volume (resp. au prix) à la date de base. Toutefois, il est courant de baser l'indice à 100 (alors qu'en théorie, il devrait valoir 1 à la date de base). L'avantage de cette convention est qu'on obtient alors directement le taux de croissance de la variable (un indice valant 130 l'année courante signifie que la variable a crû de 30% par rapport à l'année de base).

On appelle « indice élémentaire » le nombre qui mesure l'évolution d'une seule série (i.e. le volume ou le prix d'un seul type de bien[3]).

Encadré 1 : indice élémentaire

- L'indice d'évolution de la série X_t entre la date 0 et la date t est : $I_{t/0} = X_t / X_0$. L'indice vaut donc 1 à la date de base ($t = 0$).

Il est courant de raisonner au facteur 100 près, de sorte que $I_{t/0} = 100 * X_t / X_0$; l'indice vaut alors 100 à la date de base. C'est la convention adoptée par la suite.

- L'« indice élémentaire de prix » du bien *i* est donc $I_{p\ t/0} = 100 * P_t^i / P_0^i$ et l'« indice élémentaire de volume » du bien j est $I_{q\ t/0} = 100 * Q_t^j / Q_0^j$ (où P_t^i est le prix du bien *i* à la date *t* et Q_t^j est le volume de bien *j* à date *t*).

- On définit aussi parfois un « indice de valeur » $I_{VAL\ t/0} = 100 * \dfrac{P_t^i Q_t^i}{P_0^i Q_0^i}$.

---

[1] Voir [2] pour une description détaillée et pédagogique des différents indices et de leurs propriétés.
[2] Dans la suite du guide, les termes de « volume » ou « quantité » ou « série réelle » sont synonymes.
[3] De manière plus exacte, un indice élémentaire est un indice qui mesure la croissance d'une « composante élémentaire », cette dernière étant définie comme un ensemble de biens homogènes (exprimés dans la même unité) et dont le prix unitaire est le même. Des biens identiques constituent *a fortiori* une composante élémentaire.

1.2 Indices synthétiques de Laspeyres, de Paasche et de Fisher

La plupart du temps, ce n'est pas l'évolution d'une seule variable que l'on souhaite étudier mais celle d'un agrégat de grandeurs hétérogènes[4] (prix ou quantités de différents biens, par exemple) et donc l'indice doit être une grandeur composite qui « résume » un ensemble d'indices élémentaires. On appelle « indices synthétiques » ces indices qui mesurent un taux de croissance tout en réalisant une agrégation.

Les comptes nationaux utilisent des indices synthétiques pour mesurer la croissance des volumes agrégés (volume des biens de consommation, volume des exportations…) et celle des prix agrégés (prix des biens de production, prix des biens d'importation…).

Les comptes nationaux présentent généralement les séries de volumes agrégés en niveau plutôt qu'en indices. Ces séries en niveau sont obtenues en deux temps (cf. encadré 2) :

- On suppose, de manière conventionnelle, que la série de volume en niveau est égale à la série en valeur à la date de base.
- On déduit les volumes en niveau aux dates suivant et précédant la date de base en appliquant les taux de croissance réelle mesurés par les indices de volume.

Encadré 2 : indices de volume et volume en niveau

Dans les comptes nationaux, l'indice synthétique de volume, basé en date *0*, $I_{Q\ t/0}$, est utilisé pour construire la série de volume en niveau (en base 0) à la date *t*, $Vol_{t/0}$:

- A la date de base, par convention, on suppose que : $Vol_{0/0} \equiv Val_0$ (avec $Val_0 = P_0 * Q_0$ la série en valeur à la date de base).
- Aux autres dates : $Vol_{t/0} = I_{Q\ t/0} * Val_0$.

★

L'exemple suivant, tiré de la comptabilité nationale américaine, illustre la construction des volumes en niveau. A la date de base (appelée, dans le cas des comptes chaînés, « date de référence »[5]), on vérifie que le volume en niveau est égal à la série en valeur. Aux dates suivantes, le volume en niveau croît à un taux déterminé par l'indice de volume (ainsi, en 2002 : 100* 10049/9817≈102,4).

Données de PIB américain (année de référence : 2000)

	2000	**2001**	**2002**	**2003**
Volume (indice)	100,0	100,7	102,4	104,9
Volume (niveau)	9817	9891	10049	10301
Valeur (niveau, *Mds $*)	9817	10128	10470	10961

Source : BEA

[4] Les grandeurs sont dites « hétérogènes » (du point de vue comptable) si elles ne peuvent pas être additionnées. Par exemple, le prix moyen des fruits est une grandeur hétérogène, qui « résume » le prix des différents types de fruits et qui n'en est pas la simple somme. Cette définition vaut aussi pour les quantités : la production agrégée d'un ensemble de produits hétérogènes recouvre des volumes non sommables, car exprimés dans des unités différentes (litres, kilos…). L'indice synthétique utilise les prix (resp. les volumes) pour rendre commensurables et homogènes les volumes (resp. les prix).

[5] Voir partie 2 pour une explication de cette différence de concept.

★

Les trois indices synthétiques les plus connus sont ceux de Laspeyres, Paasche et Fisher. Dans un premier temps, ces indices sont présentés dans leur forme non chaînée. La partie 3 du guide décrit ces mêmes indices chaînés.

1.2.1 Indices de Laspeyres et Paasche

Entre deux dates successives[6], il existe deux manières simples d'agréger des évolutions de quantités ou des prix :

- **L'indice de Laspeyres** (indice à pondération fixe) effectue la moyenne arithmétique des indices élémentaires, pondérés par les séries en valeur à la date de base.
- **L'indice de Paasche** (indice à pondération courante) effectue la moyenne harmonique des indices élémentaires pondérés par les séries en valeur à la date courante.

Encadré 3 : indices synthétiques de Laspeyres et de Paasche

L'indice de Laspeyres est la moyenne arithmétique des indices élémentaires pondérés par la série en valeur à la date de base, soit $L_{X\ t/0} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i X_t^i \Big/ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i$ avec X_t^i l'indice élémentaire *i* et $\alpha_i = P_0^i Q_0^i$.

Ainsi, en appliquant les indices élémentaires de prix et de quantités de l'encadré *1*, on obtient les indices de Laspeyres de prix L_P et de quantités L_Q :

$$L_{P\ t/0} = 100 * \sum_{i=1}^{n} Q_0^i . P_t^i \Big/ \sum_{i=1}^{n} Q_0^i . P_0^i \text{ et } L_{Q\ t/0} = 100 * \sum_{i=1}^{n} Q_t^i . P_0^i \Big/ \sum_{i=1}^{n} Q_0^i . P_0^i$$

L'indice de Paasche est la moyenne harmonique des indices élémentaires pondérés par la série en valeur à la date courante, soit $P_{X\ t/0} = \sum_{i=1}^{n} \beta_i \Big/ \left(\sum_{i=1}^{n} \beta_i * \frac{1}{X_i} \right)$ avec X_i l'indice élémentaire i et $\beta_i = P_t^i Q_t^i$.

Ainsi, en appliquant les indices élémentaires de l'encadré *1*, on obtient les indices de Paasche de prix P_p et de quantités P_Q :

$$P_{P\ t/0} = 100 * \sum_{i=1}^{n} Q_t^i . P_t^i \Big/ \sum_{i=1}^{n} Q_t^i . P_0^i \text{ et } P_{Q\ t/0} = 100 * \sum_{i=1}^{n} Q_t^i . P_t^i \Big/ \sum_{i=1}^{n} Q_0^i . P_t^i$$

★

[6] Les notations des encadrés sont plus générales puisque les périodes sont *0* et *t* et non *t* et *t-1*.

Les indices de Laspeyres et de Paasche mesurent tous deux la croissance d'un agrégat entre deux dates. Il est naturel de se demander quel indice fournit la meilleure mesure. Pour répondre à cette question, on recourt à une approche normative, qui permet de calculer un indice théorique idéal.

Dans le cadre de cette analyse, il est possible de montrer que l'indice de Laspeyres est généralement[7] supérieur à celui de Paasche et qu'il a tendance à surestimer les évolutions « véritables » de l'agrégat, tandis que celui de Paasche a tendance à les sous-estimer (cf encadré 4).

Encadré 4 : l'approche normative de la théorie des indices

Les indices peuvent être comparés entre eux mais ils peuvent aussi être comparés à des indices théoriques idéaux (indices à utilité constante), de manière à évaluer leur précision. Cette comparaison se fait dans un cadre théorique précis, qui est celui de la théorie microéconomique du consommateur (avec biens substituables) (cf. [2], [5], [20], [26]).

Dans le modèle microéconomique, les indices sont interprétés comme des variations de revenu (le revenu est défini comme la valeur des biens consommés $R_t = \sum_i P_t^i Q_t^i$). Par exemple, l'indice de prix de Laspeyres n'est autre que le taux de croissance du revenu permettant d'acheter le même panier Q_0^i au nouveau système de prix P_1^i :

$$L_{P\ 1/0} = 100 * \sum_i Q_0^i.P_1^i \Big/ \sum_i Q_0^i.P_0^i$$

Dans ce cadre, on définit l'indice de prix idéal comme le taux de croissance du revenu nécessaire pour que l'agent maintienne son utilité initiale avec le nouveau système de prix relatifs (décomposition de Hicks)[8] ; l'indice de volume idéal est, symétriquement, la réduction (en pourcentage) du revenu, qui assure au ménage d'atteindre le nouveau niveau d'utilité[9] avec le système de prix relatif initial.

Il est alors facile de montrer que l'indice de prix (resp. de volume) idéal est inférieur à l'indice de prix (resp. de volume) de Laspeyres et supérieur à celui de Paasche et que l'indice de prix (resp. de volume) de Fisher (que l'on présentera plus loin[10]) est très proche de l'indice idéal.

★

Illustration numérique

Soit la fonction d'utilité $U = X * Y$; le prix du bien X vaut 4 en première période et 4,2 en seconde période, celui du bien Y vaut 1 en première période et 1,4 en deuxième ; le revenu initial vaut 400.

---

[7] Quand les prix relatifs et les quantités relatives (pondérées par les valeurs) sont négativement corrélés. Voir [26].

[8] Cette définition est intuitive : l'indice de prix mesure la hausse du coût de la vie ; or cette hausse peut être indirectement mesurée par la hausse de revenu nécessaire pour maintenir l'utilité quand les prix ont augmenté.

[9] Celui qui est atteint après le changement de prix relatif.

[10] L'indice de Fisher est une moyenne géométrique des indices de Laspeyres et Paasche (voir ci-dessous).

De manière à calculer les différents indices, on réalise quatre calculs de maximisation d'utilité (permettant de trouver les quantités optimales consommées X^* et Y^* sous contrainte de budget et à prix donnés) :

	Max 1 : prix initiaux, revenu fixé à 400	Max 2 : prix finaux, revenu fixé à 400	Max 3 : prix finaux, utilité initiale	Max 4 : prix initiaux, utilité finale
Px	4,0	4,2	4,2	4,0
Py	1,0	1,4	1,4	1,0
R	400,0	400,0	485,0	329,9
X^*	50,0	47,6	57,7	41,24
Y^*	200,0	142,9	173,2	165,0
U^*	10000,0	6802,7	10000,0	6802,7

NB : En grisé les données exogènes ; en blanc les résultats de la maximisation

Au vu de cet exemple numérique issu de la maximisation de l'utilité, les indices de Laspeyres et de Paasche peuvent être calculés en utilisant les prix et les quantités des deux premières colonnes ; on peut ensuite les comparer à l'indice de Fisher et à l'indice idéal.

	Prix	Quantités
Laspeyres	**122,50** =100*(4,2*50+1,4*200)/400	**83,32** =100*(4*47,6+1*142,9)/400
Paasche	**120,01** =100*400/(4*47,6+1*142,9)	**81,63** =100*400/(4,2*50+1,4*200)
Fisher	**121,25** =$(122,5*120,01)^{½}$	**82,47** =$(83,32*81,63)^{½}$
Indice idéal (i.e. utilité constante)	**121,25** =100*(485/400)	**82,47** =100*(329,9/400)

L'indice de Paasche sous-estime bien la croissance de l'agrégat, tandis que celui de Laspeyres la surestime. L'indice de Fisher se rapproche de l'indice idéal (il lui est même égal dans cet exemple, car l'indice de Fisher est égal à l'indice théorique sous certaines conditions[11]).

★

L'indice de Laspeyres présente des avantages par rapport à celui de Paasche[12] :

- Son <u>interprétation</u> est simple. Par exemple, l'indice de prix de Laspeyres agrège les prix de différents biens en supposant que le panier de consommation est maintenu fixe sur toute la période, ce qui est intuitif.

[11] L'indice de Fisher appartient à la famille des indices superlatifs, qui sont des indices égaux aux indices théoriques sous certaines conditions. Voir [7], [12], [20], [26] pour la définition des indices superlatifs et pour les conditions auxquelles un indice de Fisher est égal à un indice théorique.

[12] L'ensemble des propriétés décrites ci-après est valable pour les indices de Laspeyres et de Paasche <u>non chaînés</u>.

- L'indice de Laspeyres est économe en données : seules les pondérations à la date de base sont requises. A l'inverse, l'indice de Paasche change les pondérations à chaque date, ce qui peut être coûteux à mettre en oeuvre.
- L'indice de Laspeyres est plus stable dans le temps que celui de Paasche : du fait que les poids sont exprimés à la date de référence, l'indice des prix (resp. quantités) varie en fonction de la variation des prix (resp. quantités) uniquement. L'indice de Paasche ne bénéficie pas de cet avantage car les poids varient dans le temps. Toutefois, cette stabilité a également un revers, puisque les pondérations utilisées par l'indice de Laspeyres deviennent obsolètes avec le temps[13] (tant qu'un rebasage n'a pas eu lieu).
- Les niveaux reconstruits à partir des indices de Laspeyres[14] sont additifs (cf encadré 5). C'est pour cela qu'ils ont été utilisés pour mesurer les volumes dans les comptes nationaux. Les indices de Paasche n'ont pas cette propriété.
- L'indice de Paasche pose parfois des problèmes d'interprétation : l'évolution que l'on en déduit entre deux périodes successives peut être paradoxale du fait que les pondérations sont différentes entre les deux dates ; on peut par exemple observer une hausse de l'indice synthétique, alors que chaque indice élémentaire diminue (cf. [2]).

Encadré 5 : propriété d'additivité des indices de Laspeyres non chaînés

• La série de volume en niveau de l'agrégat est calculée à partir d'un indice de volume de Laspeyres :

$$Vol_{t/0}(\sum i) = L_{Q\ t/0} * Val_0 = \sum_i P_0^i * Q_t^i .$$

De plus, la série de volume en niveau d'une composante élémentaire de l'agrégat est donnée par : $Vol_{t/0}(i) = I^i_{Q\ t/0} * Val_0^i = P_0^i * Q_t^i$ avec $I^i_{Q\ t/0} = Q_t^i / Q_0^i$.

On en déduit que :

$$Vol_{t/0}(\sum i) = \sum_i Vol_{t/0}(i)$$

• Il est alors très simple de montrer la propriété d'additivité selon laquelle la somme de sous-agrégats donne bien l'agrégat total.

Supposons, par exemple, que l'agrégat soit constitué de deux sous-agrégats et que le premier sous-agrégat soit composé des J premières composantes élémentaires tandis que le second sous-agrégat est composé des N-J dernières, alors :

$$\underbrace{Vol_{t/0}(\sum_{i=1}^{N} i)}_{agrégat} = \underbrace{\sum_{i=1}^{J} Vol_{t/0}(i)}_{sous-agrégat\ 1} + \underbrace{\sum_{i=J+1}^{N} Vol_{t/0}(i)}_{sous-agrégat\ 2}$$

[13] Voir la description de l'effet de substitution dans la partie 2.

[14] La propriété d'additivité des indices de Laspeyres est valable uniquement pour les Laspeyres non chaînés. La propriété est perdue avec le chaînage. Voir partie 3.

En pratique, cela signifie que si le PIB en volume et ses composantes en volume (consommation, investissement…) sont calculés à partir d'indices de Laspeyeres non chaînés, alors le PIB est égal à la somme des composantes. Ceci ne serait pas le cas si les séries en volume étaient mesurées par le biais d'un autre type d'indice.

Remarquons que la propriété d'additivité s'applique aux niveaux reconstitués et pas aux indices eux-mêmes :

$$L_{Q\ t/0} \neq \sum_i I^i_{Q\ t/0}$$

★

Par ailleurs, le couple d'indices Laspeyres/Paasche est très pratique pour effectuer un partage volume/prix : le produit d'un indice de quantité (resp de prix) de Laspeyres par un indice de Paasche de prix (resp de quantité) donne un indice de valeur. Ainsi, quand les volumes sont mesurés par les comptes nationaux avec un indice de Laspeyres (comme c'est généralement le cas), les prix (ou déflateurs) obtenus par le rapport des valeurs et des volumes, sont mesurés par un indice de Paasche (cf encadré 6).

Encadré 6 : partage volume/prix

Le produit d'un indice de volume de Laspeyres par un indice de Paasche de prix donne un indice de valeur (au facteur multiplicatif près) :

$$L_{Q\ t/0} * P_{P\ t/0} * (1/100) = 100 * \sum_{i=1}^{n} Q^i_t.P^i_0 \Big/ \sum_{i=1}^{n} Q^i_0.P^i_0 * \sum_{i=1}^{n} Q^i_t.P^i_t \Big/ \sum_{i=1}^{n} Q^i_t.P^i_0$$

$$= 100 * \sum_{i=1}^{n} Q^i_t.P^i_t \Big/ \sum_{i=1}^{n} Q^i_0.P^i_0 = I_{VAL\ t/0}$$

1.2.2 Indice de Fisher

L'indice de Laspeyres a tendance à surestimer les évolutions « véritables » de l'agrégat, tandis que celui de Paasche a tendance à les sous-estimer. C'est pourquoi Fisher (1922) a proposé un troisième indice, qui est une moyenne géométrique des deux indices précédents et qui est meilleur du point de vue théorique (cf. encadré 4).

Cette supériorité de l'indice de Fisher se retrouve dans tous les indices « superlatifs »[15] (dont fait partie l'indice de Tornqvist) et symétriques[16]. D'ailleurs, les différents indices symétriques donnent des résultats très proches, même si l'indice de Fisher est le plus connu[17].

[15] Indices qui fournissent une mesure exacte de l'indice théorique sous certaines hypothèses fonctionnelles (cf. [7], [20], [26]).
[16] Indices qui utilisent symétriquement les pondérations de la date courante et de la date de base.
[17] Les indices symétriques sont meilleurs que les indices de Laspeyres ou Paasche ; le choix d'un indice symétrique particulier parmi l'ensemble des indices symétriques est, par contre, secondaire. Voir [26].

Encadré 7 : formule de Fisher

L'indice de Fisher est la moyenne géométrique des indices de Laspeyres et de Paasche. Soit, pour les indices de prix et de volume :

$$F_{P\ t/0} = \sqrt{L_{P\ t/0} * P_{P\ t/0}} \text{ et } F_{Q\ t/0} = \sqrt{L_{Q\ t/0} * P_{Q\ t/0}}$$

Comme il utilise à la fois les pondérations de la date de base et de la date courante, cet indice est dit « symétrique ».

★

En plus de sa précision, l'indice de Fisher (non chaîné) présente des propriétés très utiles :

- Pour le partage volume/prix, le produit d'un indice de Fisher de quantité par un indice de Fisher de prix donne un indice de valeur. Cela signifie que dans des « comptes de Fisher », les prix et les quantités sont mesurés de la même manière.
- Un autre argument en faveur de l'indice de Fisher est qu'il tient compte de la structure tant initiale que courante des volumes (pour les indices de prix) ou des prix (pour les indices de volume).

Il présente toutefois des inconvénients :

- L'indice de Fisher étant la moyenne géométrique des indices de Laspeyres et de Paasche, il nécessite davantage de calculs. Il est néanmoins possible d'informatiser ces opérations, de sorte que cet inconvénient n'est pas un réel obstacle.
- L'emploi de l'indice de Fisher pose un problème plus délicat en ce qui concerne la disponibilité des données. Le calcul de la partie Paasche de l'indice requiert de connaître la pondération relative à la date en cours ; or cette donnée n'est pas toujours disponible.
- Plus généralement, l'indice de Fisher nécessite, à travers l'indice de Paasche, d'actualiser à chaque date, le système de pondérations, ce qui est coûteux.
- Enfin, les séries en niveau reconstituées à partir d'indices de Fisher ne sont pas additives[18].

Encadré 8 : dates de pondération, de base et de référence

Dans la détermination d'un indice, la *date de base* (« base period » en anglais) doit être distinguée de la *date de pondération* (« weight period ») :

- La date de base est la date par rapport à laquelle la croissance de l'agrégat est mesurée.
- La date de pondération est la date à laquelle les poids nécessaires à l'agrégation sont utilisés (l'indice de Laspeyres utilise les poids à la date initiale ; l'indice de Paasche utilise la date finale ; l'indice de Fisher utilise les deux dates).

Les trois indices de Laspeyres, Paasche et Fisher non chaînés sont des indices à base fixe (la croissance des variables est toujours mesurée par rapport à la même date[19]). Par contre, seul

[18] Cette caractéristique, également vraie pour les indices de Fisher chaînés, est développée davantage dans la partie 3 et 4.
[19] A l'inverse, les indices chaînés ont une base glissante ; voir partie 3.

l'indice de Laspeyres est un indice à pondération fixe ; l'indice de Paasche est un indice à pondération courante.

Il existe un certain flottement dans la terminologie dans la théorie des indices ; parfois les deux termes sont confondus (on dira par exemple, à tort que l'indice de Paasche est à pondération fixe alors qu'il est un indice à base fixe mais à pondération courante).

Il est usuel d'introduire un troisième concept, celui de *date de référence* (« reference period »), qui est la date à laquelle l'indice est fixé à 100. Généralement les dates de base et de référence sont confondues mais il est possible de les distinguer en fixant à 100 l'indice à une date qui n'est pas la même que celle par rapport à laquelle la croissance est mesurée (en faisant une simple règle de trois). Le concept de date de référence est surtout utilisé pour les indices chaînés.

Encadré 9 : illustration du calcul des trois indices et de certaines propriétés

Données

		Année				
		1	2	3	4	5
Prix	Bien 1	20	21	22	23	24
	Bien 2	60	59	58	57	56
Quantités	Bien 1	75	76	77	78	79
	Bien 2	25	30	35	40	45
PIB nominal		3000	3366	3724	4074	4416

Calculons, à titre d'illustration, les trois indices de Laspeyres, Paasche et Fisher en base 3, ainsi que la série de PIB réel en niveau déduit de l'indice de volume (le PIB réel est supposé égal au PIB en valeur l'année de base).

Calcul des trois indices

		Année				
		1	2	3 (base)	4	5
Laspeyres	Indice de prix	97,74	98,87	100,00	101,13	102,26
	Indice de volume	83,24	91,62	100,00	108,38	116,76
	PIB réel en niveau	3100	3412	3724	4036	4348
Paasche	Indice de prix	96,77	98,65	100,00	100,94	101,56
	Indice de volume	82,42	91,42	100,00	108,18	115,97
	PIB réel en niveau	3069	3404	3724	4029	4319
Fisher	Indice de prix	97,26	98,76	100,00	101,03	101,91
	Indice de volume	82,83	91,52	100,00	108,28	116,36
	PIB réel en niveau	3085	3408	3724	4032	4333

Cet exemple illustre certaines propriétés des indices. Le produit d'un indice de volume Laspeyres par un indice de prix Paasche donne bien un indice de valeur. Par exemple, l'indice de valeur année 2 vaut 100*3366/3724=90,39 ; on peut vérifier, aux arrondis près, que 90,39≈91,62*98,65/100. Il en va de même pour le produit d'indices de Fisher de prix et de volume : 90,39≈91,52*98,76/100.

Par ailleurs, la propriété d'additivité est vérifiée pour les indices de Laspeyres. Par exemple, pour l'année 1, le volume de bien 1 en Laspeyres (basé en année 3) est égal à 22*75=1650 et le volume de bien 2 est 58*25=1450 ; la somme de ces deux volumes donne bien le PIB réel en niveau Laspeyres de l'année 1.

2. L'utilisation d'indices non chaînés sur longues périodes

Si l'on souhaite étudier l'évolution d'une variable entre deux dates non consécutives, il est possible d'appliquer directement les indices précédents sur la période totale (entre les dates *0* et *t*), en prenant comme date de base la date initiale et comme date de pondération la date initiale (Laspeyres), la date finale (Paasche) ou les deux (Fisher). On dit qu'on applique les indices sans les chaîner. Cette pratique pose toutefois des problèmes.

2.1 Influence du choix de la date de base dans les comptes non chaînés

L'application des indices précédents à des dates éloignées de la période de base pose principalement deux problèmes, qui apparaissent clairement lors des rebasages.

2.1.1 Dépendance des séries en niveau à la date de base

Les séries de volume en niveaux (obtenues en effectuant le produit de la série en valeur à la date de base par l'indice de volume à la date courante, cf. encadré 2) dépendent de la date de base. Concrètement, cela signifie que le PIB en volume de l'année 2006 ne sera pas identique si l'on choisit comme année de base 1998 ou 2000.

En soi, cela ne constitue pas un problème, car cela reflète le caractère conventionnel de la mesure des volumes agrégés et deux volumes restent bien comparables entre eux s'ils sont calculés dans une même base.

Un problème apparaît toutefois lors des changements de base, car ces derniers provoquent d'importantes révisions des séries en niveau sur le passé (du moins, quand ces niveaux sont recalculés dans la nouvelle base).

2.1.2 Dépendance des séries en taux de croissance à la date de base

Le problème précédent n'est pas propre aux indices non chaînés et se retrouve également dans les comptes chaînés (cf. partie 3). Ce qui caractérise les indices non chaînés, c'est que les indices eux-mêmes -ou, de manière équivalente, les taux de croissance des variables- sont révisés lors des changements de base (ce qui n'est pas le cas dans les comptes chaînés). Cette dépendance des taux de croissance vis-à-vis de la date de base est qualifiée de «biais de substitution » ; elle s'avère très problématique.

Caractérisation du « biais de substitution »

Le taux de croissance d'une variable, mesuré par des indices non chaînés, est biaisé[20] à mesure que l'on s'éloigne de la date de base. Le biais reste faible, tant que l'on se situe près de la date de base et/ou qu'il existe une relative stabilité des prix relatifs.

Le biais va toujours dans le même sens pour les indices de Laspeyres et Paasche[21] :

- Un indice de Laspeyres surestime la croissance de l'agrégat après la date de base et la sous-estime avant ; de plus, la sous-estimation et la surestimation sont d'autant plus fortes que l'on s'éloigne de la date de base (d'où un effet explosif sur les niveaux).
  Concrètement, cela signifie que la croissance du PIB en volume sur l'année 2004 sera plus justement mesurée si on la mesure en base 2002 qu'en base 2000. De plus, cette croissance sera surestimée si l'année de base est 2000 et sous-estimée si l'année de base est 2006. Enfin, elle sera davantage surestimée si l'année de base est 2000 plutôt que 2002.
- L'indice de Paasche présente le biais inverse : il sous-estime la croissance après la date de base et la surestime avant.

Illustrations du « biais de substitution »

Le biais de substitution a fait l'objet d'importants débats aux Etats-Unis, débats qui ont largement dépassé le cercle des statisticiens :

- Dans une étude datant de 1997 [10], Landefeld et Parker ont estimé l'ampleur du biais de substitution[22] sur les données américaines (l'année de base était 1987) :
  - ➢ De manière générale, la croissance du PIB a été sous-estimée de 0,4 point en moyenne entre 1929 et 1987 et surestimée de 0,1 point en moyenne entre 1987 et 1994.
  - ➢ Si l'on s'intéresse uniquement aux phases d'expansion du cycle, la croissance du PIB américain lors des expansions a été en moyenne sous-estimée de 0,4 point par an entre 1945 et 1987 et surestimée de 0,5 point entre 1991 et 1994. En conséquence la comparaison d'une expansion postérieure à l'année de base et d'une expansion antérieure à l'année de base était sujette à un biais moyen de l'ordre de 1 point de croissance.
- Lorsque les comptes nationaux américains n'étaient pas chaînés (jusqu'en 1996), les rebasages donnaient lieu à d'importantes révisions des taux de croissance passés ; en particulier, la croissance du PIB (mesurée alors par un indice de Laspeyres) était systématiquement révisée à la baisse sur le passé. Par exemple, le passage de l'année de

[20] Par le terme « biaisé », on entend que l'indice non chaîné mesure mal la véritable croissance de la variable. L'écart entre les taux de croissance mesuré et réel constitue le biais.
[21] Pour les indices de Fisher, le sens du biais n'est pas prévisible.
[22] Pour cela, les auteurs comparent les mesures de la croissance obtenues avec des indices de Laspeyres non chaînés et des indices de Fisher chaînés.

base 1982 à l'année 1987 avait provoqué une révision à la baisse de 0,3 point de la croissance moyenne du PIB américain entre 1982 et 1988 [23].
- L'usage d'indices à base fixe a également eu tendance à sous-estimer le ralentissement de la productivité du travail américaine observé depuis les années 1970 (en effet, la croissance du PIB passée -antérieure à l'année de base- était sous-estimée, tandis que la croissance actuelle -postérieure à l'année de base- était surestimée) ; la sous-estimation de la croissance de la productivité a été de l'ordre de 0,3 point par an de 1972 à 1994 [9].
- L'Indice des Prix à la Consommation (IPC) américain, construit à partir d'un indice de Laspeyres, a fait l'objet de nombreuses critiques dans la seconde moitié des années 1990. Il était notamment reproché à l'IPC de systématiquement surestimer l'inflation [4]. A l'issue de ces discussions, la Fed a décidé de retenir le PCE[23] (indice de prix à la consommation chaîné Fisher tiré de la comptabilité nationale) comme mesure de l'inflation américaine.

Explication du biais sur l'indice de Laspeyres[24]

Comme les agents ont tendance à consommer davantage les biens dont le prix relatif diminue, il existe, en général, une relation inverse entre l'évolution des prix et des quantités. Ce phénomène est désigné par le terme d'« effet de substitution ».

Du fait de cet effet de substitution, l'indice de Laspeyres surestime la croissance de l'agrégat après la date de base :
- Dans le cas d'un indice de prix, les composantes pour lesquelles l'inflation est la plus forte reçoivent des pondérations en volume fixes, alors que leurs volumes courants diminuent à mesure que les prix augmentent ; inversement les composantes dont l'inflation est faible (ou négative) reçoivent des pondérations trop basses, sachant que leurs volumes courants ne cessent d'augmenter. Au total, l'indice de prix surestime l'inflation (après la date de base).
- Pour la même raison, l'indice de volume a tendance à pondérer avec des prix trop élevés les composantes dont la croissance réelle est forte et dont les prix décelèrent (c'est, par exemple, le cas des ordinateurs) et, inversement, à sous-pondérer les composantes à croissance réelle faible.

Les statisticiens jugent, au contraire, qu'un indice devrait tenir compte de la relation endogène entre prix et quantités, c'est-à-dire de la déformation de la structure de l'économie[25]. Leur position se justifie de deux manières :
- Les indices à pondérations fixes supposent que la structure des prix relatifs (pour un indice de quantité) ou la structure de la production (pour un indice de prix) ne change pas

[23] *Personal Consumption Expenditures.*

[24] Le biais de substitution a initialement été identifié sur l'indice de Laspeyres et il est généralement associé à cet indice particulier. Une démonstration analogue permettrait de montrer que l'indice de Paasche sous-estime les évolutions des agrégats (en effet, il surpondère les composantes dont la croissance est faible et sous-pondère celles dont la croissance est élevée).

L'indice de Fisher est également biaisé (puisqu'il ne prend pas en compte la déformation des pondérations à chaque période, contrairement aux indices chaînés) ; par contre, le sens du biais n'est pas prévisible *a priori* (l'indice de Fisher est la moyenne géométrique d'un indice qui surestime la croissance et d'un indice qui la sous-estime).

[25] En pratique, cela signifie qu'un indice de prix devrait mesurer l'évolution des prix en fixant les quantités mais pas totalement car, pour une part, le panier de consommation évolue de manière endogène. Symétriquement, un indice de quantité devrait mesurer l'évolution des volumes, avec une structure de prix qui est partiellement mise à jour.

avec le temps. De ce fait, ces indices décrivent des situations contrefactuelles en partie irréalistes[26].

- Plus généralement, il peut sembler curieux qu'un indice de Laspeyres estime qu'un agrégat a varié quand les composantes de cet agrégat varient uniquement en raison de phénomènes de substitution internes à ce dernier.
  Supposons, par exemple, que l'indice de Laspeyres mesure la variation de la production de l'agrégat « meubles », ce dernier étant composé de deux biens substituables (chaises et bancs) ; entre deux dates, le prix des chaises diminue tandis que celui des bancs augmente (et inversement pour les quantités), de sorte que la valeur de la somme de ces biens reste constante. Alors l'indice synthétique de Laspeyres mesure une hausse des quantités de meubles produites, alors que l'agrégat a simplement subit une « recomposition ».

Le biais de substitution a joué un rôle important dans les années 1970, au moment où les prix relatifs consécutifs aux chocs d'offre (chocs pétroliers notamment) connaissaient d'importantes fluctuations. Toutefois, le biais est devenu nettement plus problématique dans les années 1990, avec le développement des nouvelles technologies de l'information et des communications (TIC), dont les prix ont chuté tendanciellement[27]. Symétriquement, ces mouvements de prix relatifs ont eu pour corollaire des changements dans la composition de la production, qui ont biaisé les indices de prix.

2.2 Problèmes liés au rebasage des indices à base fixe

Pour régler le problème du biais de substitution, une première solution consiste à mettre à jour régulièrement les pondérations, par exemple en rebasant tous les 5 ans les comptes nationaux. Comme on l'a montré ci-dessus, ces rebasages donnent lieu à des révisions à la baisse des taux de croissance passés des séries et peuvent donner l'impression aux utilisateurs que l'histoire économique est réécrite tous les 5 ans.

Au-delà de leur problème d'acceptabilité « politique », les rebasages posent un ensemble de difficultés techniques. En effet, le rebasage peut être associé à une rétropolation des données sur le passé ou non :

- Si la série est intégralement rétropolée (c'est-à-dire que l'intégralité de la série est recalculée dans la nouvelle base), les données passées seront biaisées puisque le système de pondération reste fixe et le biais va croissant à mesure que l'on s'éloigne de la date de base.

- Une autre solution consiste à faire des rebasages réguliers et à ne pas rétropoler les données : les données récentes en nouvelle base sont collées à la suite des données passées en ancienne base.
  Il existe différentes manières de réaliser ce collage et aucune solution n'est pleinement satisfaisante : si le collage est réalisé de manière à conserver la continuité des séries à

[26] Par exemple, si un bien voit son prix diminuer, l'indice synthétique de prix de Laspeyres mesure cette baisse de prix à panier de consommation constant, alors qu'il est absurde de supposer que la baisse peut se produire sans que, en général, les quantités s'accroissent simultanément.

[27] Avec l'introduction de la méthode de mesure hédonique des prix et des quantités pour les ordinateurs en 1985 (dans la comptabilité américaine), la croissance des volumes des TIC a été réévalué à la hausse et simultanément, la croissance des prix a été révisée à la baisse.

tous les niveaux d'agrégation, la propriété d'additivité n'est plus vérifiée ; si la propriété d'additivité est au contraire maintenue, alors l'évolution des composantes présente une discontinuité (cf encadré 10).

Encadré 10 : arbitrage entre continuité des séries et additivité des composantes lors des rebasages des indices à base fixe

Les rebasages réguliers donnent lieu à des problèmes pratiques de « collage » des données, illustrés par l'exemple suivant.

Données

	Année 0			Année 10			Année 15		
	P_0	Q_0	Val_0	P_{10}	Q_{10}	Val_{10}	P_{15}	Q_{15}	Val_{15}
Bien A	6	5	30	9	12	108	11	15	165
Bien B	4	8	32	10	11	110	14	11	154

Supposons que l'on souhaite mesurer la production de cette économie avec un indice de Laspeyres de volume.

Collage avec additivité des composantes mais discontinuité de l'agrégat et des composantes

En prenant comme bases l'année 0 pour les dates de 0 à 10 et l'année 10 pour les dates de 10 à 15, le calcul des indices fait apparaître une discontinuité sur les niveaux. Par contre, la propriété d'additivité des composantes est vérifiée à chaque date (par exemple, 245=135+110 à la date 15).

	Année de base 0		Année de base 10	
	Année 0	Année 10	Année 10	Année 15
Indice de Laspeyres A+B	100	187,1	100	112,4
Niveau reconstitué A+B	62 ($P_0 * Q_0$)	116 ($P_0 * Q_{10}$)	218 ($P_{10} * Q_{10}$)	245 ($P_{10} * Q_{15}$)
Indice de Laspeyres A	100	240	100	125
Niveau reconstitué A	30 ($P_0^A * Q_0^A$)	72 ($P_0^A * Q_{10}^A$)	108 ($P_{10}^A * Q_{10}^A$)	135 ($P_{10}^A * Q_{15}^A$)
Indice de Laspeyres B	100	137,5	100	100
Niveau reconstitué B	32 ($P_0^B * Q_0^B$)	44 ($P_0^B * Q_{10}^B$)	110 ($P_{10}^B * Q_{10}^B$)	110 ($P_{10}^B * Q_{15}^B$)

Collage avec continuité de l'agrégat et additivité des composantes mais discontinuité des composantes

Pour éviter la discontinuité de l'agrégat en niveau, une première solution consiste à effectuer un changement d'échelle identique pour toutes les séries (agrégat et composantes). Ceci maintient la propriété d'additivité mais crée une discontinuité sur l'évolution des composantes en niveau.

	Année de base 0		Année de base 10	
	Année 0	Année 10	Année 10	Année 10
Indice de Laspeyres avec continuité	100	187,1	187,1	210,3
Niveau reconstitué A+B	62 $(P_0 * Q_0)$	116 $(P_0 * Q_{10})$	116 $(P_{10} * Q_{10} * \frac{P_0 * Q_{10}}{P_{10} * Q_{10}})$	130,4 $(116 * \frac{P_{10} * Q_{15}}{P_{10} * Q_{10}})$
Niveau reconstitué A	30 $(P_0^A * Q_0^A)$	72 $(P_0^A * Q_{10}^A)$	57,5 $(P_{10}^A * Q_{10}^A * \frac{P_0 * Q_{10}}{P_{10} * Q_{10}})$	71,9 $(57{,}5 * \frac{P_{10}^A * Q_{15}^A}{P_{10}^A * Q_{10}^A})$
Niveau reconstitué B	32 $(P_0^B * Q_0^B)$	44 $(P_0^B * Q_{10}^B)$	58,5 $(P_{10}^B * Q_{10}^B * \frac{P_0 * Q_{10}}{P_{10} * Q_{10}})$	58,5 $(58{,}5 * \frac{P_{10}^B * Q_{15}^B}{P_{10}^B * Q_{10}^B})$

<u>Collage avec continuité de l'agrégat et des composantes mais sans additivité des composantes</u>

Une autre solution consiste à imposer la continuité à tous les niveaux, pour les agrégats et pour les composantes : lors du rebasage, on part de la dernière donnée renseignée dans la précédente base et on lui applique les taux de croissance obtenus avec les indices en nouvelle base. On perd alors la propriété d'additivité (par exemple, $130{,}4 \neq 90+44$ à la date 15).

	Année de base 0		Année de base 10	
	Période 0	Période 10	Période 10	Période 15
Indice de Laspeyres avec continuité	100	187,1	187,1	210,3
Niveau reconstitué A+B	62 $(P_0 * Q_0)$	116 $(P_0 * Q_{10})$	116	130,4 $(116 * \frac{P_{10} * Q_{15}}{P_{10} * Q_{10}})$
Niveau reconstitué A	30 $(P_0^A * Q_0^A)$	72 $(P_0^A * Q_{10}^A)$	72	90 $(72 * \frac{P_{10}^A * Q_{15}^A}{P_{10}^A * Q_{10}^A})$
Niveau reconstitué B	32 $(P_0^B * Q_0^B)$	44 $(P_0^B * Q_{10}^B)$	44	44 $(44 * \frac{P_{10}^B * Q_{15}^B}{P_{10}^B * Q_{10}^B})$

3. L'utilisation d'indices chaînés sur longues périodes

Du fait des contraintes imposées par le rebasage, les comptables nationaux peuvent préférer chaîner les indices pour éviter le biais de substitution. Les comptes américains ont, ainsi, adopté le chaînage en 1996.

3.1 Définition et propriétés des indices chaînés

Le principe des indices chaînés consiste à mesurer les indices (Laspeyres, Paasche, Fisher…) sur des paires de dates consécutives (en utilisant la première des deux dates comme base) et de multiplier les indices pour former une chaîne. Intuitivement, cette méthode consiste, pour mesurer le taux de croissance entre deux dates éloignées, à utiliser non pas une seule pondération mais une chaîne de pondérations.

Encadré 11 : formule des indices chaînés

Soit $Ich_{t/0}$ l'indice chaîné à la date *t* (avec la date *0* pour référence), qui est égal au produit d'indices mesurés sur des paires de dates consécutives $I_{t/t-1}$:

$$Ich_{t+1/0} = Ich_{t/0} * I_{t+1/t} \text{ d'où } Ich_{t/0} = I_{t/t-1} * I_{t-1/t-2} ... * I_{1/0}$$

★

Comme dans le cas des indices non chaînés, les indices de volume chaînés servent à reconstituer les séries de volumes en niveaux, en supposant que les volumes en niveau sont égaux aux valeurs en niveau à la date de référence : $Volch_{0/0} \equiv Val_0$ et $\forall t \neq 0, Volch_{t/0} = Ich_{t/0} * Val_0$.

Le calcul des volumes chaînés se fait généralement de manière itérative :

$Volch_{0/0} = Val_0$;

$Volch_{1/0} = Val_0 * Ich_{1/0} = Volch_{0/0} * I_{1/0}$;

$Volch_{2/0} = Val_0 * Ich_{2/0} = Volch_{1/0} * I_{2/1}$;

$Volch_{3/0} = Volch_{2/0} * I_{3/2}$;

$Volch_{-1/0} = Volch_{0/0} * I_{-1/0}$;

$Volch_{-2/0} = Volch_{-1/0} * I_{-2/-1}$; etc…

Les indices chaînés sont des indices à base variable (ou glissante), contrairement aux indices à base fixe. Dans les comptes chaînés, il n'y a pas à proprement parler de « date de base », il y a simplement une « date de référence », nécessaire pour construire des comptes en niveaux.

Encadré 12 : date de référence dans les comptes chaînés

Pour les indices chaînés, la base est glissante. Il n'y a donc pas de *date de base* fixe. Il existe toutefois une *date de référence* pour les niveaux, qui est la date à laquelle l'indice vaut 100 ; c'est aussi la date à laquelle on impose l'égalité entre le volume et la valeur (pour construire les séries de volumes en niveau).

Cette date de référence doit être distinguée de la date de base (cf. encadré 8) : le taux de croissance d'un agrégat entre deux dates, s'il est calculé à partir d'un indice non chaîné, dépend de la date de base et peut être révisé lors des rebasages ; ce même taux de croissance, s'il est calculé avec un indice chaîné, ne dépend pas de la date de référence et ne sera pas révisé si la date de référence est modifiée.

Remarquons enfin que le terme de « rebasage » est utilisé dans les comptes chaînés ; il désigne le changement de date de référence.

★

Les indices chaînés présentent les propriétés suivantes :

- En utilisant une chaîne de pondérations, les comptes chaînés évitent le biais de substitution propre aux indices non chaînés et mesurent, de ce fait, plus justement les taux de croissance des agrégats. Dit autrement, les indices chaînés tiennent compte, en actualisant les pondérations, de la déformation de la structure de l'économie tout au long de la période et du lien qui existe entre les évolutions de prix et de quantités (cf encadré 13). De ce fait, les taux de croissance mesurés par les indices chaînés ne sont pas révisés lors des changements de date de référence.

Encadré 13 : mesure des taux de croissance d'un agrégat en volume en comptes chaînés et non chaînés

Quand il existe des effets de substitution, le taux de croissance réel d'un agrégat mesuré par un indice non chaîné de volume est biaisé, ce qui n'est pas le cas si l'indice est chaîné. Il est très simple d'illustrer cette proposition dans un cas particulier : quand l'agrégat comprend deux composantes élémentaires et qu'il est mesuré soit à partir d'un indice non chaîné de Laspeyres, soit à partir d'un indice chaîné de Fisher.

Soit l'agrégat en volume Y_t composé de deux composantes élémentaires dont les volumes sont notés Y_t^1 et Y_t^2 et dont les prix sont notés p_t^1 et p_t^2. Y_t^1 et Y_t^2 ainsi que p_t^1 et p_t^2 sont les mêmes qu'on soit en comptabilité chaînée ou non (en effet, les biens 1 et 2 sont des composantes élémentaires donc la méthode d'agrégation n'a pas d'impact sur leur mesure). Les taux de croissance de Y_t^1 et Y_t^2 sont notés g_1 et g_2 et supposés constants.

On suppose que $g_1 > g_2$ et que le prix relatif $\frac{p_t^1}{p_t^2}$ diminue au cours du temps (effet de substitution). L'agrégat en volume Y_t, quand il est mesuré à partir d'un indice non chaîné de Laspeyres, est nommé Y_t^{NC} ; le même agrégat, s'il est calculé à partir d'un indice chaîné de Fisher, est appelé Y_t^C. Les taux de croissance de Y_t^{NC} et Y_t^C sont nommés g_{NC} et g_C.

★

A présent, on compare les deux méthodes d'agrégation, chaînée et non chaînée. Le taux de croissance de Y_t^{NC} est égal à la somme pondérée de g_1 et g_2, les pondérations étant le poids de chaque composante en volume dans l'agrégat Y_t^{NC}, soit :

$$Y_t^{NC} = p_0^1 * Y_t^1 + p_0^2 * Y_t^2 \Rightarrow g_{NC} = \frac{p_0^1 * Y_t^1}{p_0^1 * Y_t^1 + p_0^2 * Y_t^2} * g_1 + \frac{p_0^2 * Y_t^2}{p_0^1 * Y_t^1 + p_0^2 * Y_t^2} * g_2$$

Le taux de croissance de Y_t^C est, quant à lui, approximativement égal à la somme pondérée de g_1 et g_2, les pondérations étant le poids de chaque composante en <u>valeur</u> dans l'agrégat Y_t^C (cette approximation, couramment utilisée, est explicitée par la suite, cf. encadré 19) :

$$g_C = \frac{p_t^1 * Y_t^1}{p_t^1 * Y_t^1 + p_t^2 * Y_t^2} * g_1 + \frac{p_t^2 * Y_t^2}{p_t^1 * Y_t^1 + p_t^2 * Y_t^2} * g_2$$

★

Comme $\frac{p_t^1}{p_t^2}$ diminue au cours du temps et $g_1 > g_2$, il apparaît clairement que l'indice non chaîné de Laspeyres a tendance, après la date de base, à sur-pondérer les composantes à croissance forte et à sous-pondérer les composantes à croissance faible, tandis que l'indice chaîné de Fisher, dont les pondérations sont en valeur, « corrige » le poids associé à chaque composante en tenant compte de l'évolution des prix. Au total, l'indice non chaîné de Laspeyres mesure une croissance plus forte que l'indice chaîné de Fisher.

- Les propriétés de partage volume/prix sont les mêmes que pour les indices non chaînés : le produit d'un indice de Laspeyres de volume (resp de prix) par un indice de Paasche de prix (resp de volume) donne un indice de valeur, de même que le produit d'un indice de volume de Fisher par un indice de prix de Fisher.

<u>Encadré 14 : calcul d'un indice Fisher chaîné et partage volume/prix</u>

Les données utilisées sont les mêmes que celles de l'encadré 9. L'année de référence retenue est la troisième année.

Le calcul de l'indice de Fisher chaîné se fait en deux temps[28] :

- D'abord, on calcule les maillons de la chaîne (i.e. les indices intermédiaires de Fisher $F_{t/t-1}$), qui sont obtenus en faisant le produit des indices de Laspeyres $L_{t/t-1}$ et de Paasche $P_{t/t-1}$. Les indices $F_{t/t-1}$ mesurent le taux de croissance de la série en volume entre deux dates successives.
- Ensuite, on calcule la série en volume par itération (cf. encadré 11), en partant du volume en niveau à la date de référence (à cette date, le volume en niveau est, par définition, égal à la valeur en niveau) et en lui appliquant les taux de croissance précédents.

[28] Il est possible de procéder différemment en calculant l'indice de Laspeyres chaîné et l'indice de Paasche chaîné puis en faisant la moyenne géométrique de ces deux indices.

			Année				
			1	2	3 (ref)	4	5
Volume	Indices intermédiaires sur périodes adjacentes $I_{t/t-1}$	Laspeyres		110,67	109,39	108,38	107,56
		Paasche		110,36	109,14	108,18	107,39
		↳ Fisher		110,51	109,27	108,28	107,48
	Volume Fisher chaîné en indice (année 3 = 100) $Ich_{t/0}$		82,81	91,52	100,00	108,28	116,37
	Volume Fisher chaîné en niveau (année 3 =valeur du PIB) $Volch_{t/0}$		3084	3408	3724	4032	4334
Prix	Indices intermédiaires sur périodes adjacentes $I_{t/t-1}$	Laspeyres		101,67	101,37	101,13	100,93
		Paasche		101,39	101,14	100,94	100,78
		↳ Fisher		101,53	101,25	101,03	100,85
	Indice de prix Fisher chaîné (année 3 =100) $Ich_{t/0}$		97,28	98,76	100,00	101,03	101,90

Il apparaît que la propriété de partage volume/prix des indices de Fisher est conservée avec les indices chaînés : pour l'année 1, l'indice de valeur vaut 100*3000/3724=80,56, soit le produit des indices chaînés de prix et de volume (97,28*82,81). De manière équivalente, le rapport de la valeur à la date 1 au volume chaîné vaut le niveau des prix (au facteur 100 près).

- La propriété d'additivité n'est pas vérifiée dans le cas des comptes chaînés et ce, même pour les indices de Laspeyres chaînés (cf. encadré 15 et partie 4.1).

Encadré 15 : indices chaînés de Laspeyres et absence d'additivité

Un indice présente la « propriété d'additivité », quand le volume en niveau d'un agrégat est égal à la somme des volumes en niveau de ses sous-agrégats (les différentes séries étant construites avec leurs indices de volume respectifs).

★

• Si l'on se limite à deux périodes, le volume chaîné de l'agrégat (comprenant N composantes élémentaires) est donné par le calcul suivant :

$$Volch_{2/0}\left(\sum_{i=1}^{N} i\right) = I_{2/1} * I_{1/0} * Val_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} P_1^i * Q_2^i}{\sum_{i=1}^{N} P_1^i * Q_1^i} * \frac{\sum_{i=1}^{N} P_0^i * Q_1^i}{\sum_{i=1}^{N} P_0^i * Q_0^i} * \sum_{i=1}^{N} P_0^i * Q_0^i$$

$$\Leftrightarrow Volch_{2/0}(\sum_{i=1}^{N} i) = \frac{\sum_{i=1}^{N} P_0^i * Q_1^i}{\sum_{i=1}^{N} P_1^i * Q_1^i} * \sum_{i=1}^{N} P_1^i * Q_2^i$$

• On suppose que l'agrégat est divisé en deux sous-agrégats, le premier étant constitué des J premières composantes élémentaires, le deuxième des composantes restantes.

Le volume chaîné du premier sous-agrégat est alors donné par :

$$Volch_{2/0}(\sum_{i=1}^{J} i) = \frac{\sum_{i=1}^{J} P_0^i * Q_1^i}{\sum_{i=1}^{J} P_1^i * Q_1^i} * \sum_{i=1}^{J} P_1^i * Q_2^i \,.$$

Celui du deuxième sous-agrégat est donné par : $Volch_{2/0}(\sum_{i=J+1}^{N} i) = \frac{\sum_{i=J+1}^{N} P_0^i * Q_1^i}{\sum_{i=J+1}^{N} P_1^i * Q_1^i} * \sum_{i=J+1}^{N} P_1^i * Q_2^i$

• Alors, il apparaît que la propriété d'additivité des indices de Laspeyres n'est pas conservée par le chaînage :

$$Volch_{2/0}(\sum_{i=1}^{N} i) \neq Volch_{2/0}(\sum_{i=1}^{J} i) + Volch_{2/0}(\sum_{i=J+1}^{N} i)$$

★

L'additivité reste toutefois vérifiée dans deux cas :

• L'additivité est vérifiée au niveau élémentaire, c'est-à-dire pour des biens homogènes[29] qui ont le même prix unitaire. *A fortiori*, l'additivité est vérifiée pour des biens identiques[30].

En effet, le volume de l'agrégat total vaut :

$$Volch_{2/0}(\sum_{i=1}^{N} i) = \frac{\sum_{i=1}^{N} P_0^i * Q_1^i}{\sum_{i=1}^{N} P_1^i * Q_1^i} * \sum_{i=1}^{N} P_1^i * Q_2^i = P_0 * \sum_{i=1}^{N} Q_2^i$$

Il est égal à la somme des deux sous-agrégats :

$$Volch_{2/0}(\sum_{i=1}^{J} i) = \frac{\sum_{i=1}^{J} P_0^i * Q_1^i}{\sum_{i=1}^{J} P_1^i * Q_1^i} * \sum_{i=1}^{J} P_1^i * Q_2^i = P_0 * \sum_{i=1}^{J} Q_2^i$$

[29] Des biens homogènes sont des biens dont les volumes sont exprimés dans la même unité et peuvent être additionnés (l'eau, dont le volume est exprimé en litres, et le fer, dont le volume est exprimé en kilos, ne sont pas des biens homogènes).
[30] Dans le cas de biens identiques, les calculs qui suivent peuvent être effectués en enlevant l'indice *i*.

et $Volch_{2/0}(\sum_{i=J+1}^{N} i) = \frac{\sum_{i=J+1}^{N} P_0^i * Q_1^i}{\sum_{i=J+1}^{N} P_1^i * Q_1^i} * \sum_{i=J+1}^{N} P_1^i * Q_2^i = P_0 * \sum_{i=J+1}^{N} Q_2^i$

• De plus, même quand les biens sont hétérogènes avec des prix différents, la propriété d'additivité reste vraie dans un cas particulier : aux dates qui suivent et précèdent la date de référence, puisque l'indice chaîné et l'indice non chaîné sont les mêmes à ces deux dates (en effet, l'indice chaîné n'est constitué que d'un maillon). Par exemple, si la date 0 est la date de référence, alors :

$$Volch_{1/0}(\sum_{i=1}^{N} i) = Volch_{1/0}(\sum_{i=1}^{J} i) + Volch_{1/0}(\sum_{i=J+1}^{N} i)$$

Cette propriété d'additivité restreinte est utilisée dans certains cas pratiques d'agrégation (cf. encadré 18) et n'est vraie que pour l'indice de Laspeyres chaîné.

- L'indice chaîné est coûteux en données. Une pondération supplémentaire doit en effet être calculée à chaque date et, dans le cas du Fisher et du Paasche chaînés, les pondérations relatives à la date courante doivent aussi être disponibles, ce qui n'est pas toujours possible en pratique.

- Le chaînage pose problème quand on étudie des phénomènes cycliques et réversibles : quand les indices élémentaires reviennent à leur niveau de départ, l'indice synthétique chaîné ne revient pas à son niveau de départ (on dit qu'il est « non réversible »). Si les fluctuations se répètent de nombreuses fois, l'écart entre le niveau de départ de l'indice et son niveau final peut s'accroître. Toutefois, cette dérive est observée surtout avec les indices chaînés de Laspeyres et de Paasche, moins avec l'indice chaîné de Fisher (cf. encadré 16).

Encadré 16 : chaînage et fluctuations cycliques

Les données qui suivent ont été choisies pour illustrer le comportement des indices chaînés lorsque les séries comportent des fluctuations.

Données

date	**0 (ref)**	**1**	**2**	**3**
P_1	1,0	2,0	2,0	1,0
P_2	2,0	1,0	2,0	2,0
Q_1	0,6	0,15	0,25	0,6
Q_2	0,2	0,7	0,25	0,2

Calculs intermédiaires

	Indices sur des paires de dates successives $I_{t/t-1}$		
	t_1/t_0	t_2/t_1	t_3/t_2
Laspeyres	140	170	75
Paasche	64,5	133,3	62,5
Fisher	95	150,6	68,5

Résultats

	Indice chaîné de prix Ich_{t/t_0}			
	0	**1**	**2**	**3**
Laspeyres	100	140	238	178
Paasche	100	64	86	54
Fisher	100	95	143	98

Alors que les quantités et les prix individuels reviennent à leur niveau de départ entre la date 0 et la date 3, aucun des trois indices synthétiques chaînés de prix ne retrouve la valeur 100 (contrairement aux indices non chaînés). Toutefois, l'indice chaîné de Fisher dérive moins que ceux de Laspeyres ou de Paasche.

3.2 Comparaison des indices chaînés et non chaînés

Au terme de cette analyse des différents indices, il apparaît que ceux-ci peuvent être classés selon deux critères :

- Selon la méthode retenue pour pondérer les composantes de l'agrégat (de ce point de vue, on distingue les indices de Laspeyres, Paasche et Fisher).
- Selon que l'indice est chaîné ou non.

Les deux critères peuvent être croisés pour juger de la qualité de tous les indices. La littérature sur la comparaison des indices chaînés et non chaînés est loin d'être consensuelle (cf. [1]) mais deux résultats semblent être admis (cf. [26] et [27]) :

- Sauf dans le cas particulier de séries cycliques, les indices chaînés sont généralement meilleurs que les indices non chaînés pour mesurer la croissance d'une variable.
  Ceci est d'autant plus vrai que les effets de substitution sont forts (i.e. s'il existe une relation inverse entre l'évolution des prix et des quantités).
- La supériorité de l'indice de Fisher (en termes de précision) est nettement réduite par le chaînage : l'écart entre l'indice de Laspeyres et l'indice de Paasche diminue fortement avec le chaînage et les différents indices convergent (même s'il reste vrai que les indice symétriques sont toujours plus proches des indices théoriques) [31].

Le fait que le chaînage soit plus important que le choix de l'indice se comprend aisément : la supériorité d'un indice tient au fait que ses pondérations sont régulièrement actualisées (surtout sur longue période) et non que ces pondérations sont celles de la date courante ou de la date précédente.

[31] Ceci n'est vrai que si la série n'est pas réversible ; si la série a un comportement cyclique, l'écart entre l'indice de Laspeyres chaîné et l'indice de Paasche chaîné augmente par rapport à la situation sans chaînage.

4. La pratique des comptes chaînés

Le *Bureau of Economic Analysis*, confronté à la demande des utilisateurs dont le cadre comptable traditionnel est l'équilibre emplois-ressources en niveau, publie des séries de volumes en niveau reconstruites à partir des indices de volume chaînés[32]. La présentation des comptes américains en volume est donc double : en indices et en niveaux (les prix sont présentés en indices uniquement), cf. encadré 2.

Les séries de volume en niveau, auxquels les comptes non chaînés avaient habitué les utilisateurs, doivent toutefois être utilisées avec beaucoup de précaution quand elles sont construites à partir d'indices chaînés, puisque la propriété d'additivité des volumes n'est plus vérifiée dans ce cas. Certains comptables n'hésitent pas à s'interroger sur l'utilité même de séries en niveaux : à quoi peuvent servir des niveaux, si l'absence d'additivité empêche de réaliser des opérations aussi simples qu'une addition ou une soustraction ?

4.1 Problèmes posés par les volumes chaînés en niveau

Dans les comptes chaînés, les additions, les soustractions et certaines divisions de séries en volume ne peuvent être effectuées de manière habituelle. De nouvelles méthodes doivent être mises en œuvre[33].

4.1.1 Séries en niveau et date de référence

La présentation des comptes en niveau nécessite de choisir une date de référence, de sorte que même les comptes chaînés font l'objet de « rebasages ». Ces rebasages n'ont pas d'effet sur les taux de croissance (puisque ces derniers sont obtenus par chaînage) mais par contre ils provoquent des révisions sur les niveaux. Les niveaux restent donc dépendants de la date de référence retenue (cf. encadré 17).

Encadré 17 : rebasages en comptes chaînés

La construction de séries en volume (en niveau) requiert de choisir une « date de référence » qui est la date à laquelle les séries en volume sont supposées égales aux mêmes séries en valeur (cf. encadré 12).

Quand les comptes sont chaînés, un changement de la date de référence (changement appelé, de manière impropre, « rebasage ») provoque une révision sur les niveaux des variables mais pas sur les taux de croissance.

En effet, le taux de croissance des variables est indépendant de la date de référence. Par exemple, le taux de croissance entre les années *2* et *3* est le même que la date de référence soit la date *1* ou la date *0* :

$$I_{3/2} = \frac{Volch_{3/1}}{Volch_{2/1}} = \frac{Volch_{3/0}}{Volch_{2/0}}$$

[32] Les volumes en niveau sont construits comme dans les comptes non chaînés, en multipliant l'indice de volume par la série en valeur à la date de référence (cf. encadré 11).

[33] Pour une présentation de l'ensemble des problèmes soulevés par les comptes chaînés, se reporter à Whelan [21] qui donne plusieurs exemples concrets.

Par contre, les niveaux diffèrent selon la date de référence :

$Volch_{3/1} = Ich_{3/1} * Val_1$ et $Volch_{3/0} = Ich_{3/0} * Val_0$. Donc $\frac{Volch_{3/1}}{Volch_{3/0}} = I_{1/0} * \frac{Val_1}{Val_0} \neq 1$

Les niveaux, tels qu'ils sont mesurés par les indices chaînés, diffèrent donc selon la date de référence. Toutefois, on ne peut pas en déduire que la mesure des niveaux est purement conventionnelle, puisque certaines mesures des niveaux (ou, plus exactement des rapports de niveaux) sont plus précises que d'autres selon la date de référence. C'est ce que l'on montre dans la partie 4.1.3 ci-dessous.

4.1.2 Absence d'additivité des agrégats en niveau

Les volumes en niveau reconstitués à partir des indices chaînés ne sont pas additifs (cf. encadré 15 pour une démonstration). Un résidu sépare ainsi le PIB de la somme de ses composantes aux dates autres que la date de référence[34] (le résidu n'a donc ici rien à voir avec des erreurs de mesure). Le signe de ce résidu n'est pas prévisible *a priori*.

Aux Etats-Unis, le résidu est très volatile ; il a valu, en moyenne 1,5% du PIB depuis 1929, soit un niveau de l'ordre des variations de stocks.

PIB américain et ses composantes en volume (année de référence 2000)

	2000	2001	2002	2003	2006
PIB	9817	9891	10049	10301	11415
Consommation	6739	6910	7099	7295	8091
Investissement	1735	1598	1557	1613	1946
Exportations nettes	-379	-399	-471	-519	-618
Dépenses publiques	1722	1780	1859	1905	1998
Résidu	0	2	5	7	-26

Source : BEA, Mds $.

L'absence d'additivité a pour conséquence que le calcul d'agrégats réels ne peut être réalisé directement en additionnant ou en soustrayant des séries en volume fournies par la comptabilité nationale. Par exemple, l'agrégat « production hors biens d'investissement » n'est pas égal à la différence entre la série de PIB et celle d'investissement.

L'absence d'additivité a aussi pour conséquence que les parts en volume (telles qu'elles sont mesurées par le rapport d'une composante à son agrégat) peuvent difficilement être interprétées comme le « poids » d'une variable ; il est en effet possible que cette part dépasse l'unité ! Ce problème d'interprétation n'est toutefois pas la seule raison pour laquelle les poids en volume

[34] Si les volumes trimestriels étaient construits de la même manière que les volumes annuels, l'absence d'additivité devrait également s'observer entre séries en niveau trimestrielles et annuelles (par exemple, le PIB en volume chaîné d'une année ne devrait pas être égal à la somme des PIB trimestriels en volume chaîné). Des corrections sont toutefois mises en œuvre pour assurer la cohérence entre comptes annuels en volume et comptes trimestriels en volume, de sorte que l'additivité est bien vérifiée en pratique. La description des techniques de chaînage trimestriel dépasse le cadre de cette note (voir [3] et [32]).

doivent être considérés avec prudence : ces rapports présentent un biais décrit dans la partie suivante.

4.1.3 Biais sur les « poids » en volume

L'analyse des rapports de séries en volume occupe une place importante dans l'étude des conséquences du chaînage des comptes. Cette partie ne traite que du rapport d'une composante à l'agrégat qu'elle contribue à composer (ce qu'on appelle couramment le « poids » d'une variable) ; elle ne traite pas du rapport de deux agrégats non liés par une relation d'inclusion[35]. De plus, cette partie traite du poids des composantes faisant l'objet de phénomènes de substitution[36].

Si l'on observe le poids en volume d'une composante dans un agrégat et que, de surcroît, cette composante voit son prix relatif décroître par rapport aux autres composantes de l'agrégat tandis que sa croissance réelle est relativement plus élevée, alors deux propositions peuvent être énoncées :

- Aux dates postérieures à la date de référence[37], le poids en volume de la composante est plus élevé s'il est mesuré avec des indices chaînés qu'avec des indices de Laspeyres non chaînés (partie *i*).
- Aux dates postérieures à la date de référence, le poids en volume chaîné est biaisé vers le haut si on le compare au poids en valeur (partie *ii*).

i. Poids en volumes chaîné et non chaîné

Le poids en volume d'une composante à croissance réelle forte et croissance des prix faible est, aux dates postérieures à la date de référence, plus élevé s'il est mesuré avec des indices chaînés qu'avec des indices de Laspeyres non chaînés.

En effet, il a été montré que les indices de Laspeyres non chaînés surestimaient la croissance de l'agrégat après la date de référence, alors que les indices chaînés corrigeaient ce biais de substitution (cf. partie 2.1 et encadré 13). Comme, de surcroît, le poids en volume à la date de référence est identique dans les comptes chaînés et non chaînés (à cette date, le rapport des volumes est égal à celui des séries en valeur), alors le poids de la composante dans l'agrégat tend à être plus faible en comptabilité non chaînée après la date de référence et l'écart entre les deux mesures s'accroît à mesure qu'on s'éloigne de cette même date.

Pour des raisons symétriques, le poids en volume sera plus élevé en comptabilité non chaînée aux dates antérieures à la date de référence et l'écart entre les mesures chaînée et non chaînée se creusera à mesure que l'on s'éloigne de cette date.

[35] L'étude générale du rapport de deux agrégats en volume chaîné est beaucoup plus complexe et nécessite de construire un modèle théorique spécifique, qui inclut de manière explicite la technique d'agrégation. Tevlin et Whelan [19] ont, par exemple, analysé l'évolution du taux de dépréciation du capital aux États-Unis depuis les années 1960. Ils montrent que le taux de dépréciation, construit à partir du rapport de l'investissement en volume au stock de capital en volume, présente « naturellement » une tendance haussière quand les données utilisées sont chaînées (ce qui n'est pas le cas en comptabilité non chaînée de Laspeyres) (cf. encadré 28).
[36] Par « phénomène de substitution », on entend que les prix relatifs et les quantités relatives des différentes composantes de l'agrégat varient en sens inverse. Les arguments de cette partie sont donc peu valides pour juger de l'évolution du poids en volume des grandes composantes du PIB (rapport de la consommation ou de l'investissement au PIB, par exemple) (cf. encadré 30).
[37] Date supposée identique à la date de base des comptes de Laspeyres non chaînés.

ii. Poids en volume chaîné et poids en valeur[38]

Les poids en volume non chaîné sont donc biaisés, car les taux de croissance des séries en volume non chaîné sont biaisés. Toutefois, même si les taux de croissance étaient mesurés sans biais, les poids en volume resteraient biaisés. Ce résultat peu intuitif a pour conséquence que les poids en volume chaîné sont biaisés, alors même que les indices chaînés mesurent correctement les taux de croissance des séries en volume.

Caractérisation du biais sur les poids en volume chaîné

Aux dates postérieures à la date de référence[39], les comptes chaînés tendent à surestimer l'importance relative des composantes en volume dont le taux de croissance réel est fort mais dont les prix décélèrent ou diminuent. Ainsi, les poids en volume chaîné peuvent dériver pour des raisons purement statistiques.

L'existence du biais peut être attestée en comparant les poids en volume chaîné et les poids en valeur. Par exemple, en 2003, les ventes finales d'ordinateurs constituaient 4,9% du PIB américain en volume chaîné et seulement 0,7% en valeur (cf. [11], l'année de référence était 1996).

Le biais sur les poids en volume se retrouve dans la mesure des contributions à la croissance (quand ces dernières sont calculées, de manière habituelle, sur des données chaînées[40]). Il a ainsi été largement documenté que la contribution des ordinateurs (en volume) à la croissance du PIB était surestimée par les comptes chaînés :

Contributions de l'investissement high-tech à la croissance du PIB[41]

	1995	**1996 (ref)**	**1997**	**1998**	**1999**	**2000**	**Moyenne annuelle 1995-2000**
Avec les poids en volume chaîné	16,1	15,6	18,7	24,0	28,2	25,2	21,3
Véritables contributions[42]	18,4	13,5	17,5	19,1	18,5	16,2	17,2

Lecture : L'investissement high-tech a contribué à hauteur de 21,3% à la croissance du PIB entre 1995 et 2000 avec des données chaînées. Source : BEA.

Remarquons que le biais sur les poids en volume est indépendant du fait que les données chaînées ne vérifient pas la propriété d'additivité (les séries en volume non chaîné, pourtant additives, présentent aussi ce biais[43]).

[38] Voir [8] et [11] pour des compléments.
[39] Aux dates antérieures, l'argument est symétrique et les comptes chaînés sous-estiment les poids en volume.
[40] Les contributions à la croissance d'une composante à un agrégat (par exemple, la consommation au PIB) sont, habituellement, calculées en multipliant le taux de croissance réel de la composante par le rapport en volume de la composante à l'agrégat. Donc si les rapports en volume sont biaisés, les contributions le sont également.
[41] Ordinateurs, périphériques, logiciels, équipement de communication.
[42] Pour le calcul des véritables contributions, voir l'encadré 22.
[43] Si le biais de substitution (sur les taux de croissance) propre aux comptes non chaînés ne se retrouve pas dans les comptes chaînés, l'inverse n'est pas vrai : le bais portant sur les poids de séries en volume existe aussi dans les comptes non chaînés (pour les mêmes raisons). Ce biais attire moins l'attention dans le cas non chaîné, car les séries en niveau y sont déjà biaisées pour la simple raison que les taux de croissance le sont aussi.

Explication du biais sur les poids en volume chaîné

Le biais qui porte sur les poids en volume chaîné est un biais de substitution, qui apparaît lorsque les évolutions de volume relatif et de prix relatif des composantes d'un agrégat sont corrélées négativement (ce qui est le cas habituellement quand il y a des effets de substitution entre les composantes de l'agrégat).

Il est nécessaire, pour comprendre ce biais, de rappeler la façon dont son calculés les volumes en niveau en comptabilité chaînée (cf. encadré 11) : une série de volume en niveau est construite en supposant qu'elle est égale à la série en valeur à la date de référence ; pour les autres dates, on applique, à cette valeur initiale, le taux de croissance entre la date de référence et la date courante (ce taux de croissance étant mesuré par un indice chaîné de volume).

Le rapport entre deux volumes chaînés est donc égal au rapport des taux de croissance réelle multiplié par le rapport des séries en valeur à la date de référence. Ce rapport de valeurs peut être considéré comme une sorte de pondération appliquée au ratio de taux de croissance. Bien que ce ratio soit non biaisé, la pondération en valeur peut, en revanche, devenir obsolète à mesure que l'on s'éloigne de la date de référence, de sorte que le rapport des volumes en niveau est biaisé *in fine*.

Il reste à comprendre pourquoi la pondération en valeur devient obsolète au fil du temps. Imaginons, par exemple, que le taux de croissance réel de l'investissement en ordinateurs (mesuré avec un indice de volume chaîné) soit très élevé en comparaison de la croissance des autres biens d'investissement et que, parallèlement, le prix relatif des ordinateurs diminue ; supposons également que la part en valeur de la production d'ordinateurs dans les biens d'investissement totaux reste stable (la hausse des volumes des ordinateurs étant compensée par la baisse des prix). Alors la méthode de construction des volumes chaînés, qui consiste à appliquer un taux de croissance réel élevé à une donnée de départ en valeur fixe, va donner à tort l'impression que le poids des ordinateurs en volume augmente, alors que la hausse relative des volumes s'explique par la baisse des prix relatifs et ne peut en être artificiellement isolée. En réalité, comme la hausse relative des volumes s'explique par un effet de substitution, le poids des ordinateurs n'a pas véritablement augmenté ; d'ailleurs, la part en valeur de la production d'ordinateurs dans la production totale de biens d'investissement reste stable. Pour corriger le biais de substitution, il faudrait que la pondération en valeur appliquée au ratio de taux de croissance diminue avec le temps, de manière à tenir compte de la baisse du prix relatif des ordinateurs.

Au total, le biais sur les poids en volume chaîné s'explique par le fait que la croissance des séries en volume est pondérée par un rapport de valeurs à la date de référence ; ce rapport de valeurs reflète lui-même un prix relatif qui n'est pas mis à jour au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la date de référence.

4.2 Opérations économiques élémentaires en comptes chaînés

Du moment que la propriété d'additivité n'est plus vérifiée dans les comptes chaînés, tout un ensemble d'opérations ne peut plus être réalisé de la manière habituelle.

4.2.1 Additions et soustractions de séries en volume

Pour construire une série en volume non directement disponible dans les comptes nationaux, il est tentant de réaliser une addition ou une soustraction sur les données existantes. Toutefois, comme la propriété d'additivité n'est pas vérifiée en dehors de la date de référence, ce calcul est biaisé. La méthode exacte consiste à construire les agrégats comme le font les comptables nationaux, c'est-à-dire en partant des composantes élémentaires : les comptables agrègent, avec un indice chaîné, les composantes les plus élémentaires qui rentrent dans l'agrégat considéré.

Par exemple, si l'on veut mesurer le niveau du PIB réel hors ordinateurs en comptes de Fisher chaînés, il ne faut pas soustraire la production d'ordinateurs en volume au PIB en volume ; il faut construire un indice de Fisher qui agrége toutes les composantes élémentaires présentes dans le PIB sauf celles qui entrent dans la catégorie ordinateurs.

Toutefois, ce travail est très lourd et les données élémentaires ne sont pas toujours disponibles pour l'utilisateur. D'autres méthodes peuvent alors être utilisées.

★

Pour les comptes de Laspeyres chaînés, il existe une méthode simple, qui consiste à utiliser la propriété d'additivité des indices de Laspeyres chaînés à la date suivant la date de référence (cf. encadré 15) : pour agréger des données, il suffit de les rebaser à la date précédant celle à laquelle on souhaite faire l'agrégation et du fait de la propriété précédente, on peut agréger de manière habituelle[44].

Encadré 18 : agrégation des volumes de Laspeyres chaînés

Supposons que l'on souhaite calculer en France les données agrégées en volume « consommation + investissement » et « PIB hors consommation » pour l'année 2005.

Données valeurs

	2000	2001	2002	2003	2004	2005
PIB	1441,4	1497,2	1548,6	1594,8	1659	1710
Consommation	783,9	817,4	844,4	878,3	915,5	953,3
Investissement	280,7	300,5	293,7	300,3	323	344,7
Consommation publique	330,1	341,2	362,2	378,4	393,6	405,6
Exportations	411,7	421	419,9	407,7	427,1	446,3
Importations	398,7	403,8	393,4	391,6	423	462,6
Autres	33,7	20,9	21,8	21,7	22,8	22,7

Source : INSEE, comptes annuels, Mds euros.

[44] Cette méthode est équivalente à celle qui consiste à faire un «Laspeyres de Laspeyres » (cf encadré 25 pour une description de l'analogie).

Données volumes chaînés Laspeyres (référence 2000)

	2000	2001	2002	2003	2004	2005
PIB	1441,4	1468,1	1483,2	1499,3	1534,1	1552,3
Consommation	783,9	803,7	821,5	839,3	858,7	876,8
Investissement	280,7	295,6	285,8	287,5	304,7	313,3
Consommation publique	330,1	333,9	340,1	346,9	354,8	358,6
Exportations	411,7	422,1	428,3	423,2	439,7	453,2
Importations	398,7	407,4	414,4	419,1	446,9	474
Autres (dont résidu)	33,7	20,2	21,9	21,5	23,1	24,4

Source : INSEE, comptes annuels, Mds euros.

★

Le calcul du taux de croissance des deux agrégats en 2005 se fait en quatre temps :

- D'abord, on déduit des volumes en niveau le taux de croissance réelle des séries entre 2004 et 2005, ce qui correspond aux indices de Laspeyres $L_{2005/2004}$.
- Ensuite, on rebase les données 2005 en année de référence 2004 (en imposant qu'elles soient égales aux valeurs à cette date).
- Puis, on effectue l'addition (ou la soustraction) sur les volumes rebasés.
- Enfin, on en déduit le taux de croissance des agrégats en 2005.

Calcul du taux de croissance des deux agrégats en 2005

		2004	2005
Etape 1	PIB (volume, tx cr %)		1,19
	Consommation (Volume, tx cr %)		2,11
	Investissement (Volume, tx cr %)		2,82
Etape 2	PIB (volume, ref 2004)	1659	1678,7
	Consommation (volume, ref 2004)	915,5	934,8
	Investissement (volume, ref 2004)	323	332,1
Etape 3	Conso + Inv (volume, ref 2004)	1238,5	1266,9
	PIB – Conso (volume, ref 2004)	743,5	743.9
Etape 4	Conso + Inv (volume, tx cr, %)		2,3
	PIB – Conso (volume, tx cr, %)		0,0

★

Les agrégats en niveau calculés pour l'année 2005 sont toutefois mesurés en année de référence 2004 ($Volch_{2005/2004}$) et on peut souhaiter les obtenir en année de référence 2000 ($Volch_{2005/2000}$).

Pour convertir les données, il faut procéder en deux étapes :

- D'abord, on calcule un par un les taux de croissance réelle annuelle des deux séries agrégées entre 2000 et 2005, en procédant comme précédemment (par rebasages successifs).
- Puis on applique ces taux de croissance réelle à la donnée de départ $Volch_{2000/2000}$, qui est le niveau des deux séries agrégées en volume en 2000 à la date de référence 2000 (à la date de référence, les volumes en niveau sont égaux aux valeurs en niveau ; il est donc facile de calculer les séries agrégées pour la date 2000 en année de référence 2000).

Etape 1 : calcul successif des taux de croissance des agrégats

	2000	2001	2002	2003	2004	2005
PIB (volume, ref 2004)					1659	1678,7
Consommation (volume, ref 2004)					915,5	934,8
Investissement (volume, ref 2004)					323	332,1
Conso + Inv (volume, ref 2004)					1238,5	1266,9
PIB – Conso (volume, ref 2004)					743,5	743.9
Conso + Inv (tx cr, %)						2,3
PIB – Conso (tx cr, %)						0,0
PIB (volume, ref 2003)				1594,8	1624,3	
Consommation (volume, ref 2003)				878,3	900,5	
Investissement (volume, ref 2003)				300,3	316,2	
Conso + Inv (volume, ref 2003)				1178,6	1216,7	
PIB – Conso (volume, ref 2003)				716,5	723,9	
Conso + Inv (tx cr)					3,2	
PIB – Conso (tx cr)					1,0	
PIB (volume, ref 2002)			1548,6	1584,5		
Consommation (volume, ref 2002)			844,4	863,9		
Investissement (volume, ref 2002)			293,7	311,3		
Conso + Inv (volume, ref 2002)			1138,1	1175,2		
PIB – Conso (volume, ref 2002)			704,2	720,6		
Conso + Inv (tx cr)				3,3		
PIB – Conso (tx cr)				2,3		
PIB (volume, ref 2001)		1497,2	1512,6			
Consommation (volume, ref 2001)		817,4	835,5			
Investissement (volume, ref 2001)		300,5	290,5			
Conso + Inv (volume, ref 2001)		1117,9	1126,0			
PIB – Conso (volume, ref 2001)		679,8	677,1			
Conso + Inv (tx cr)			0,7			
PIB – Conso (tx cr)			-0,4			
PIB (volume, ref 2000)	1441,4	1468,1				
Consommation (volume, ref 2000)	783,9	803,7				
Investissement (volume, ref 2000)	280,7	295,6				
Conso + Inv (volume, ref 2000)	1064,6	1099,3				
PIB – Conso (volume, ref 2000)	657,5	664,4				
Conso + Inv (tx cr)		3,3				
PIB – Conso (tx cr)		1,1				

En grisé : les résultats de chaque rebasage.

Etape 2 : calcul des agrégats en niveau en année de référence 2000

	2000	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**
Conso + Inv (volume, ref 2000)	1064,6	1099,3	1107,3	1143,4	1180,4	1207,4
PIB – Conso (volume, ref 2000)	657,5	664,4	661,8	677,2	684,1	684,5

On peut comparer ces résultats à ceux que l'on aurait obtenus en faisant l'agrégation directement sur les données en volume des comptes nationaux :

Résultats obtenus avec la méthode « naïve »

	2000	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**
Conso + Inv (volume)	1064,6	1099,3	1107,3	1126,8	1163,4	1190,1
PIB – Conso (volume)	657,5	664,4	661,7	660	675,4	675,5

★

Dans le cas des comptes de Fisher chaînés, la méthode recommandée consiste à calculer directement le taux de croissance de l'agrégat ; ce calcul peut se faire de deux manières, par la méthode de Tornqvist (cf. encadré 19) ou par la méthode du « Fisher de Fishers » (cf. encadré 20) :

- La formule de Fisher peut être approchée par la formule de Tornqvist : le taux de croissance d'un agrégat Fisher est à peu près égal à la moyenne pondérée des taux de croissance de ses composantes, où les pondérations sont les moyennes des parts nominales de la composante dans l'agrégat à la date courante et à date précédente.
- Il est également envisageable de calculer un « Fisher de Fishers »[45] en appliquant la formule de Fisher aux sous-agrégats[46]. On utilise comme quantités les séries réelles des sous-agrégats et comme prix leurs déflateurs.

Encadré 19 : agrégation des volumes de Fisher chaînés avec la méthode de Tornqvist

L'indice de Tornqvist $T_{t/0}$ est la moyenne géométrique des indices élémentaires, les pondérations étant égales à la moyenne des parts en valeur aux deux dates (*t* et *0*) ; soit, pour un indice portant sur deux composantes élémentaires X_1 et X_2 :

$$T_{t/0} = (X_t^1)^{\alpha_1} * (X_t^2)^{\alpha_2} \text{ où } \alpha_i = \frac{1}{2} * (\frac{Val_t^i}{Val_t} + \frac{Val_0^i}{Val_0})$$

Sur deux périodes consécutives, l'indice de Tornqvist $T_{t/t-1}$ constitue une bonne approximation de l'indice de Fisher $F_{t/t-1}$. Ainsi, on peut en déduire (en log différenciant la formule de Tornqvist) que le taux de croissance d'un agrégat Fisher chaîné entre deux périodes consécutives est à peu

[45] Cette méthode est appelée « Fisher de Fishers », car on applique la formule de Fisher à des sous-agrégats eux-mêmes mesurés à partir d'indices de Fisher.

[46] La méthode d'agrégation exacte consiste à appliquer l'indice de Fisher aux composantes élémentaires et non aux sous-agrégats (cf. l'introduction de la partie 4.2.1).

près égal à la somme pondérée des taux de croissance de ses composantes, sous réserve de prendre comme pondérations la moyenne des parts (en valeur) des composantes dans l'agrégat à la date courante et à la date précédente.

Une fois les taux de croissance calculés, pour construire l'agrégat en niveau, on impose à la série en volume (en niveau) d'être égale à la série en valeur (en niveau) à la date de référence et, ensuite, on applique les taux de croissance réels déterminés par la méthode précédente.

★

Supposons par exemple que l'on souhaite calculer aux Etats-Unis deux nouvelles séries en volume, l'une par addition -la consommation de biens durables et non durables- et l'autre par soustraction -la consommation hors biens durables. Les données disponibles sont les suivantes :

Données : valeurs

	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Consommation totale	5256,8	5547,4	5879,5	6282,5	6739,4	7055,0	7350,7	7703,6
Biens durables	652,6	692,7	750,2	817,6	863,3	883,7	923,9	942,7
Biens non durables	1555,5	1619,0	1683,6	1804,8	1947,2	2017,1	2079,6	2190,2
Services	3048,7	3235,8	3445,7	3660,0	3928,8	4154,3	4347,2	4570,8

Source : BEA, Mds $.

Données : taux de croissance annuels des volumes

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Consommation totale	3,8	5,0	5,1	4,7	2,5	2,7	2,8
Biens durables	8,6	11,3	11,7	7,3	4,3	7,1	5,8
Biens non durables	2,7	4,0	4,6	3,8	2,0	2,5	3,2
Services	3,3	4,2	4,0	4,5	2,4	1,9	1,9

Source : BEA, pourcentages.

<u>Addition</u>

Les taux de croissance de l'agrégat « consommation de biens durables et non durables » sont calculés en appliquant directement la formule de Tornqvist. Pour obtenir le niveau de l'agrégat aux différentes dates, on impose que le volume en niveau des biens durables et non durables soit égal à ce même agrégat en valeur à la date de référence (2000) et on lui applique les taux de croissance précédemment calculés.

Par exemple, le taux de croissance en 1997 de l'agrégat « biens durables et non durables » est obtenu comme la moyenne pondérée du taux de croissance des biens durables (8,6%) et celui des biens non durables (2,7%), soit 4,5% environ : $4{,}5 \approx 8{,}6*(0{,}5*652{,}6/2208{,}1 + 0{,}5*692{,}7/2311{,}7) + 2{,}7*(0{,}5*1555{,}5/2208{,}1 + 0{,}5*1619{,}0/2311{,}7)$. Les autres taux de croissance et niveaux sont renseignés dans le tableau ci-dessous.

Soustraction

Si l'agrégat ne peut être obtenu que par soustraction ou que l'addition est trop lourde à mettre en oeuvre[47], il faut inverser la formule de Tornqvist.

Comme $\frac{\Delta C}{C} \approx \alpha_1 * \frac{\Delta C_D}{C_D} + \alpha_2 * \frac{\Delta C_{NDS}}{C_{NDS}}$ (où C est la consommation totale, C_D est la consommation de biens durables et C_{NDS} est la consommation de biens non durables et de services), alors :

$$\frac{\Delta C_{NDS}}{C_{NDS}} \approx \frac{1}{\alpha_2} * (\frac{\Delta C}{C} - \alpha_1 * \frac{\Delta C_D}{C_D}).$$

Ainsi, le taux de croissance de l'agrégat consommation hors biens durables en 1997 est donné par le calcul : 1/[0,5*(1555,5 + 3048,7)/5256,8 + 0,5*(1619,0+3235,8)/5547,4]* [3,8-(0,5*652,6/5256,8 + 0,5*692,7/5547,4)*8,6], soit environ 3,1%.

Résultats : calcul des taux de croissance des agrégats en volume et des niveaux

	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Biens durables et non durables (tx cr, %)		4,5	6,2	6,8	4,9	2,7	3,9	4,0
Biens durables et non durables (niveaux, ref 2000)	2261,4	2362,1	2509,0	2679,6	2810,5	2886,5	2999,3	3119,0
Consommation hors biens durables (tx cr, %)		3,1	4,1	4,1	4,3	2,2	2,1	2,4
Consommation hors biens durables (niveaux, ref 2000)	5040,3	5197,4	5410,0	5633,1	5876,1	6007,7	6131,9	6277,6

En comparaison, voici les résultats donnés par la méthode consistant à additionner ou soustraire directement les volumes en niveau (données non reproduites dans cet encadré) :

Résultats obtenus avec la méthode « naïve »

	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Biens durables et non durables (niveaux)	2276,3	2372,3	2514,7	2681,2	2810,5	2887,4	3001,8	3123,6
Consommation hors biens durables (niveaux)	5023,5	5184,8	5405,5	5634,0	5876,1	6009,7	6134,5	6274,7

Encadré 20 : agrégation des volumes de Fisher chaînés avec la méthode du « Fisher de Fishers »

Une seconde possibilité consiste à construire un indice de Fisher sur les sous-agrégats de l'agrégat total[48], en utilisant les séries des sous-agrégats en volume comme quantités et les

[47] Dans notre exemple, pour calculer l'agrégat « consommation hors biens durables », il est possible d'agréger les services et les biens non durables mais on va supposer que ces données ne sont pas disponibles ; on peut également supposer qu'il existe un très grand nombre de sous-agrégats de sorte qu'effectuer une soustraction est moins coûteux qu'effectuer une somme.

déflateurs des sous-agrégats comme prix. Cette méthode est plus précise (mais plus lourde) que la précédente. Elle permet de calculer le taux de croissance d'un agrégat, qu'il soit défini par sommation ou par soustraction.

On reprend, pour illustrer cette méthode, l'exemple concret de l'encadré 19 :

Données : valeurs

	2000	2001	2002	2003
Consommation totale	6739,4	7055,0	7350,7	7703,6
Biens durables	863,3	883,7	923,9	942,7
Biens non durables	1947,2	2017,1	2079,6	2190,2
Services	3928,8	4154,3	4347,2	4570,8

Source : BEA, Mds $.

Données : volumes (année de référence 2000)

	2000	2001	2002	2003
Consommation totale	6739,4	6910,4	7099,3	7295,3
Biens durables	863,3	900,7	964,8	1020,6
Biens non durables	1947,2	1986,7	2037,1	2103,0
Services	3928,8	4023,2	4100,4	4178,8

Source : BEA, Mds $.

Données : déflateurs (année de référence 2000)

	2000	2001	2002	2003
Consommation totale	100,0	102,1	103,5	105,6
Biens durables	100,0	98,1	95,8	92,4
Biens non durables	100,0	101,5	102,1	104,1
Services	100,0	103,3	106,0	109,4

Source : BEA

L'agrégation se fait en deux étapes :

- Dans un premier temps, on calcule les indices « Fishers de Fisher » sur des paires de dates adjacentes $F_{t/t-1}$. Ces indices renseignent sur le taux de croissance de l'agrégat entre deux dates consécutives. Ces « Fishers de Fishers » (appelés ainsi car ils appliquent la formule de Fisher à des sous-agrégats eux-mêmes calculés à partir d'indices de Fisher) sont obtenus comme la moyenne géométrique de « Laspeyres de Fishers » $L_{t/t-1}$ (indices de Laspeyres qui agrègent des sous-agrégats tirés des comptes de Fisher) et de « Paasches de Fishers » $P_{t/t-1}$ (indices de Paasche qui agrègent des sous-agrégats tirés des comptes de Fisher).

[48] En principe, la méthode exacte consisterait à calculer le Fisher sur toutes les composantes élémentaires de l'agrégat et non directement sur les sous-agrégats.

- Ensuite, les volumes en niveau sont calculés en imposant que l'agrégat en volume soit égal à la série en valeur l'année de base et en lui appliquant les taux de croissance réels obtenus précédemment.

Remarquons que l'agrégat défini par soustraction est obtenu en appliquant la formule de Fisher aux sous-agrégats C et $-C_D$, et en utilisant les déflateurs de ces deux variables.

Calcul des agrégats

				2000	2001	2002	2003
Etape 1	Biens durables et non durables (tx cr)	Indices sur des paires de dates adjacentes	$L_{t/t-1}$		102,73	103,93	104,02
			$P_{t/t-1}$		102,72	103,90	103,99
			$F_{t/t-1}$		102,73	103,92	104,01
Etape 2	Biens durables et non durables (niveaux, année de référence 2000)			2810,5	2887,13	3000,22	3120,41
Etape 1	Consommation hors biens durables (tx cr)	Indices sur des paires de dates adjacentes	$L_{t/t-1}$		102,27	102,11	102,33
			$P_{t/t-1}$		102,29	102,13	102,35
			$F_{t/t-1}$		102,28	102,12	102,34
Etape 2	Consommation hors biens durables (niveaux, année de référence 2000)			5876,1	6010,02	6137,39	6281,05

4.2.2 Parts et contributions

Pour mesurer le poids relatif d'une variable, il est généralement recommandé de calculer les parts sur les séries en valeur plutôt que sur les volumes chaînés, surtout si la question porte sur l'allocation des ressources[49]. Une autre solution consiste à minimiser le biais induit par l'utilisation des volumes chaînés en niveau en rebasant de manière itérative (cf encadré 21).

Encadré 21 : calcul de rapports de volumes

Une solution, pour calculer des parts en volume non biaisées, consiste à calculer les parts sur les données en volume rebasées à la date précédente (le rebasage est itératif comme dans l'encadré 18).

Les données sont celles de l'encadré 18. Les rapports calculés sur les séries en valeur et en volumes chaînés sont donnés à titre de comparaison (ces deux méthodes étant moins précises que la précédente).

[49] Karl Whelan [21] s'est interrogé sur l'utilité de calculer des parts en volume, en dehors du cas particulier des contributions à la croissance. Il conclut que le calcul de rapports en valeur répond généralement mieux aux questions d'allocation des ressources (les rapports en valeur indiquent bien quelle fraction de chaque dollar dépensé est allouée à l'achat de la composante d'un agrégat).

Calcul du rapport consommation sur PIB selon trois méthodes							
		2000	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**
Volumes en niveau (rebasage période précédente)	PIB		1468,1	1512,6	1584,5	1624,3	1678,7
	Consommation		803,7	835,5	863,9	900,5	934,8
	Rapport C/Y		54,7%	55,2%	54,5%	55,4%	55,7%
Valeurs en niveau	PIB	1441,4	1497,2	1548,6	1594,8	1659	1710
	Consommation	783,9	817,4	844,4	878,3	915,5	953,3
	Rapport C/Y	54,4%	54,6%	54,5%	55,1%	55,2%	55,7%
Volumes chaînés en niveau (année de référence 2000)	PIB	1441,4	1468,1	1483,2	1499,3	1534,1	1552,3
	Consommation	783,9	803,7	821,5	839,3	858,7	876,8
	Rapport C/Y	54,4%	54,7%	55,4%	56%	56%	56,5%

Source : INSEE, comptes annuels

★

Les rapports de volumes peuvent être calculés en vue de mesurer des contributions à la croissance. Dans ce cas, il existe des méthodes alternatives de calcul des contributions quand les comptes sont chaînés.

La méthode habituelle, consistant à utiliser des pondérations en volume, doit être évitée, sauf aux dates proches de la date de référence[50]. Trois méthodes alternatives peuvent être mis en œuvre :

- Si l'on a accès aux données élémentaires, il faut appliquer la formule exacte (qui diffère selon la périodicité et le type d'indice chaîné[51]). Toutefois, cette formule est rarement utilisée en pratique, car les composantes élémentaires ne sont en général pas publiques ou sont difficilement accessibles (cf. encadré 22).
- La solution la plus simple consiste à utiliser la formule de Tornqvist, à condition de disposer des poids en valeur courante[52] (cf. encadré 23).
- La solution privilégiée par le BEA recourt au rebasage, de manière à réduire les distorssions aux dates éloignées de la période de référence. Par exemple, pour calculer les contributions sur la période 2005-2007, il suffit de rebaser toutes les données en 2006 puis de calculer les contributions de manière habituelle (cf. encadré 24).

Encadré 22 : formule exacte du calcul des contributions pour des comptes chaînés annuels de Fisher

La contribution d'une composante élémentaire i à la croissance de l'agrégat en volume est :

$$c_{i,t} = 100 * \frac{(p_{i,t-1} + (p_{i,t} / P_t^F)) * (q_{i,t} - q_{i,t-1})}{\sum_j (p_{j,t-1} + (p_{j,t} / P_t^F)) * q_{i,t-1}}$$

[50] Toutefois, même près de la date de référence, il est déconseillé de calculer les contributions « à l'ancienne » quand le prix relatif de la composante dont on calcule la contribution varie rapidement.
[51] Voir [3] et [32] pour les différentes formules.
[52] Ce dont on dispose généralement sur le passé mais pas toujours en prévision (cf. ci-après).

où P_t^F est l'indice de prix de Fisher de l'agrégat à la date *t* par rapport à la date *t-1* et $p_{i,t}$ (resp. $q_{i,t}$) est le prix (resp. la quantité) de la composante élémentaire i à la date *t*.

On peut montrer que $\frac{Q_t - Q_{t-1}}{Q_{t-1}} = \sum_i c_{i,t}$, où Q_t est l'agrégat en volume dont le taux de croissance est décomposé en la contribution de chacune de ses composantes élémentaires.

La contribution d'un sous-agrégat s'obtient en sommant la contribution des composantes élémentaires qui le constituent :

$$C_t = \sum_i c_{i,t}$$

Encadré 23 : calcul approximatif des contributions par la méthode de Tornqvist

L'approximation de Tornqvist est valable pour des intervalles de temps réduits (deux dates consécutives). La contribution du sous-agrégat X_t à la croissance de l'agrégat Y_t est :

$$\alpha_X * \frac{\Delta Vol_t^X}{Vol_{t-1}^X}$$

où $\alpha_X = 0{,}5 * \frac{Val_t^X}{Val_t^Y} + 0{,}5 * \frac{Val_{t-1}^X}{Val_{t-1}^Y}$

Encadré 24 : calcul approximatif des contributions par la méthode du rebasage

La méthode du rebasage (cf [10], [16]) doit être privilégiée quand on calcule des contributions sur des périodes plus longues et/ou quand on n'a pas accès aux données en valeur à la date courante (données requises par l'approximation de Tornqvist).

La méthode consiste à rebaser les données, en choisissant comme date de référence une date se trouvant au centre de l'intervalle de temps considéré. De cette manière, le biais sur les rapports de volumes est réduit. Une fois ce rabasage effectué, on calcule les contributions de la manière habituelle.

★

Illustration

Supposons que l'on souhaite calculer la contribution de la croissance de la consommation à la croissance du PIB aux Etats-Unis sur la période 1990 T1-1994 T1. Par convention, on choisit comme point central de l'intervalle la date 1992 T2.

Le calcul se fait en plusieurs étapes : dans un premier temps, on déduit les taux de croissance réels des séries à partir des données en volumes ; puis on procède au rebasage en imposant que la série en volume soit égal à la série en valeur à la date centrale de l'intervalle ; on en déduit les volumes en niveau rebasés aux dates de début et de fin de l'intervalle ; enfin, les contributions sont calculées avec la méthode habituelle.

Données : volumes et valeurs

	1990 T1	1992 T1	1994 T1
PIB (vol, chaîné 2000)	7112,1	7228,2	7715,1
Consommation (vol, chaîné 2000)	4757,1	4875,9	5230,3
PIB (val)	5716,4	6196,1	6911,0
Consommation (val)	3762,6	4142,5	4643,9

Source : BEA, Mds $.

Calculs : rebasage en 1992 T1

	1990 T1	1992 T1	1994 T1
Taux de croissance réelle du PIB (vol)		1,63%	6,74%
Taux de croissance réelle de la consommation (vol)		2,5%	7,27%
PIB (vol, chaîné, ref 1992 T1)	6096,7	6196,1	6613,7
Consommation (vol, chaîné, ref 1992 T1)	4041,5	4142,5	4443,6

La contribution de la consommation à la croissance du PIB sur l'ensemble de la période est donc : 6,59% (=(4443,6-4041,5)/6096,7) sur une croissance totale du PIB de 8,48% (=6613,7/6096,7 -1).

Soit, en ramenant à 100%, la croissance du PIB sur la période, la consommation contribue à hauteur de 77,8% (=(4443,6-4041,5)/(6613,7-6096,7)) à la croissance du PIB.

4.3 Prévisions en comptes chaînés

Habituellement, les prévisions économiques portent sur les taux de croissance des composantes du PIB en volume, desquelles on déduit le niveau des composantes et, par sommation, le niveau du PIB. Dans le cas des comptes chaînés, un résidu existe entre le PIB et ses composantes, de sorte que la somme des composantes en prévision ne donne pas l'agrégat prévu.

Une première solution consiste à maintenir la cale en prévision ou à l'annuler ; cette méthode n'est pas satisfaisante, car la valeur du résidu en prévision est inconnue. Une meilleure solution consiste à ne pas partir des niveaux comme on le fait habituellement mais à prévoir directement le taux de croissance de l'agrégat.

4.3.1 Prévisions avec des comptes de Fisher chaînés

En comptes de Fisher chaînés, la prévision du taux de croissance de l'agrégat peut se faire de deux manières, par l'approximation de Tornqvist ou par la méthode du Fisher de Fishers (cf [11] et [14]) :

- Une première solution consiste à partir des taux de croissance des composantes et à utiliser une sorte d'approximation de Tornqvist (en pondérant avec les valeurs de la dernière période connue et non avec la moyenne des valeurs présentes et passées[53]).
- Une autre solution consiste à agréger les composantes avec un indice synthétique. Cet indice doit idéalement être un Fisher mais il est possible de faire seulement un Laspeyres, ce qui constitue la méthode privilégiée en prévision (puisque les prévisions de prix par composantes sont souvent peu fiables).

Encadré 25 : prévisions dans des comptes chaînés de Fisher

Dans l'exemple qui suit, on souhaite calculer, en prévision, le taux de croissance réel de l'investissement agrégé, sachant qu'on dispose de prévisions de volumes pour ses deux composantes.

Données

		2004 T4	**2005 T1 (prévisions)**
Volumes	Investissement total	1757,1	?
	Investissement non résidentiel	1182,3	1199,7
	Investissement résidentiel	567,7	582,8
Valeurs	Investissement total	1902,9	
	Investissement non résidentiel	1201,5	
	Investissement résidentiel	701,4	
Déflateurs (au facteur 100 près)	Investissement total	108,3	?
	Investissement non résidentiel	101,6	103,1
	Investissement résidentiel	123,5	124,6

Source : BEA, comptes de Fisher chaînés (année de référence 2000).

Si l'on possède des prévisions de prix fiables (en plus de celles de quantités) :

La méthode la plus précise consiste à calculer un « Fisher de Fishers »[54] pour la série agrégée (cf. encadré 20). Pour cela, on calcule dans un premier temps les indices « Laspeyres de Fishers »[55] $L_{2005\,T1/2004\,T4}$ et « Paasche de Fishers » $P_{2005\,T1/2004\,T4}$.

L'indice de Laspeyres vaut ici $101{,}910 = 100 * \dfrac{101{,}6 * 1199{,}7 + 123{,}5 * 582{,}8}{101{,}6 * 1182{,}3 + 123{,}5 * 567{,}7}$; celui de Paasche vaut $101{,}908 = 100 * \dfrac{103{,}1 * 1199{,}7 + 124{,}6 * 582{,}8}{103{,}1 * 1182{,}3 + 124{,}6 * 567{,}7}$; celui de Fisher, obtenu comme la moyenne géométrique des deux précédents, vaut 101,909.

Ainsi, l'investissement en volume total prévu vaut 1790,64 (= 1757,1*101,909/100).

[53] En prévision, les valeurs ne sont généralement pas fiables, car elles dépendent des prévisions de prix qui sont, elles-mêmes, incertaines.

★

Si l'on ne possède pas de prévisions de prix fiables :

• La méthode la plus simple consiste à utiliser une sorte d'approximation de Tornqvist. En prévision, la croissance de l'investissement total en volume est obtenue comme la somme pondérée des taux de croissance prévus de ses composantes, les pondérations étant les poids en valeur des composantes à la dernière date connue (et non la moyenne de ces poids aux dates présente et précédente).

Sachant que les taux de croissance réels valent ici 1,47% pour l'investissement non résidentiel et 2,66% pour l'investissement résidentiel et que les pondérations en valeur valent 0,63 pour l'investissement non résidentiel et 0,37 pour l'investissement résidentiel[56], le taux de croissance de l'investissement total en 2005 T1 vaut approximativement 1,91%. Ce taux de croissance, appliqué au niveau de l'investissement total en 2004 T4, donne un niveau prévu de 1790,65 pour 2005 T1.

• Une seconde méthode consiste à calculer uniquement un « Laspeyres de Fishers ». En utilisant l'indice de Laspeyres (qui vaut 101,910), on obtient une prévision de 1790,66 (=1757,1*101,910/100).

Cette seconde méthode est identique à une méthode d'apparence plus complexe et parfois conseillée, qui consiste à exprimer toutes les composantes aux prix de la dernière date connue, de sommer les composantes et de diviser par le déflateur des prix de la série agrégée.

L'équivalence entre ces deux méthodes est facile à montrer : la méthode du Laspeyres de Fishers s'écrit $L_{1/0} * Q_0 = \frac{\sum p_0 * q_1}{P_0 * Q_0} * Q_0 = \frac{\sum p_0 * q_1}{P_0}$, soit un calcul identique à la méthode d'apparence plus complexe nécessitant un rebasage.

★

Au total, on peut comparer les méthodes précédentes à la méthode « naïve » consistant à additionner les données en volume.

Prévisions d'investissement total en volume (niveau et taux de croissance) pour 2005 T1

	Niveau	Taux de croissance par rapport à 2004 T4
Méthode « naïve »	1782,50 (=1199,7+582,8)	1,45% (=1782,5/1757,1-1)
Fisher de Fishers	1790,64	1,91%
Méthode de Tornqist	1790,65	1,91%
Laspeyres de Fishers	1790,66	1,91%

[54] Un « Fisher de Fishers » est un indice de Fisher destiné à agréger des sous-agrégats construits à partir d'indices de Fishers.
[55] Un « Laspeyres (resp. Paasche) de Fishers » est un indice de Laspeyres (resp. Paasche) destiné à agréger des sous-agrégats construits à partir d'indices de Fishers.
[56] 0,63 (=1201,5/1902,9) et 0,37 (=701,4/1902,9).

4.3.2 Prévisions avec des comptes de Laspeyres chaînés

Avec des comptes Laspeyres chaînés, il suffit d'utiliser la propriété d'additivité à la date qui suit la date de référence ; l'avantage de cette méthode est qu'elle ne requiert pas d'information sur les prix en prévision. Une solution, plus lourde mais équivalente, consiste à construire un « Laspeyres de Laspeyres ».

Encadré 26 : prévisions dans des comptes chaînés de Laspeyres

On utilise les mêmes données que celles de l'encadré 25, en supposant qu'elles correspondent à des comptes chaînés de Laspeyres (et non à des comptes chaînés de Fisher). On souhaite calculer l'investissement total prévu pour 2005 T1 (en volume), à partir des prévisions des composantes (en volume).

• La méthode la plus simple consiste à utiliser la propriété d'additivité des volumes Laspeyres chaînés à la date qui suit la date de référence (cf. encadré 15). Le calcul se fait en trois étapes :

- D'abord on rebase les volumes en niveau des composantes aux prix de 2004 T4 (les volumes sont initialement exprimés en année de référence 2000).
- Puis on additionne, à la date 2005 T1, les volumes rebasés.
- On en déduit le taux de croissance prévu de l'investissement total.

Calculs avec rebasage à la date 2004 T4

		2004 T4	2005 T1
Etape 1	Investissement non res (vol, taux de cr)		1,47%
	Investissement non res (vol, ref 2004 T4)	1201,5	1219,16 (=1201,47*1,015)
	Investissement res (vol, taux de cr)		2,66%
	Investissement res (vol, ref 2004 T4)	701,4	720,06 (=701,4*1,027)
Etape 2	Investissement total (ref 2004 T4)	1902,9 (=1201,5+701,4)	1939,22 (=1219,2+720,1)
Etape 3	Taux de croissance de l'investissement total		1,91% =1939,2/1902,9-1
Etape 4	Investissement total (ref 2000)	1757,1	1790,66 =1757,1*1,0191

La limite de cette méthode réside dans le fait qu'elle ne fournit pas le volume prévu en niveau en année de référence 2000 (le volume est calculé aux prix de 2004 T4, cf. étape 2). Dans le cas particulier de cet exemple, ceci ne pose pas de problème, car la série d'investissement total est disponible pour la date 2004 T4 en année de référence 2000 ; si ce n'était pas le cas, il faudrait travailler par itération (comme dans l'encadré 18).

• Une méthode alternative (en apparence) consiste à faire un « Laspeyres de Laspeyres ». Le calcul de cet indice a déjà été fait dans l'encadré 25 : l'indice de Laspeyres $L_{2005T1/2004T4}$ vaut 101,910. Le niveau reconstitué de l'investissement total en 2005 T1 (base 2000) vaut donc 1790,66.

En réalité, les deux méthodes précédentes sont identiques ; dans les deux cas, on fait exactement le même calcul : $\frac{\sum p_0 * q_1}{\sum p_0 * q_0} * Q_0$ (où la date 0 est 2004T4, la date 1 est 2005T1 et les minuscules désignent les deux composantes tandis que la majuscule désigne l'agrégat).

4.4 Implications du chaînage sur la construction et l'estimation des modèles économiques

Au-delà des problèmes de construction de séries et de techniques de prévision, l'adoption du chaînage a aussi des implications sur la modélisation macroéconomique. Cette partie vise à illustrer ce problème et non à en donner une vue exhaustive.

4.4.1 Égalités comptables et problèmes d'agrégation

Les modèles macroéconomiques ne traitent généralement pas de manière explicite le problème de l'agrégation. Ils supposent que les égalités comptables, vérifiées sur les données en valeur, peuvent être directement transposées en volume. Ceci revient implicitement à choisir une méthode d'agrégation parmi les méthodes existantes et, de manière assez gênante, à choisir une méthode qui n'est pas forcément celle retenue pour construire les agrégats en volume. En effet, quand les données en volume sont construites à partir d'indices chaînés, la propriété d'additivité sur laquelle reposent les égalités comptables n'est pas vérifiée (cf. encadré 27).

Encadré 27 : égalités comptables en volume

L'idée selon laquelle une égalité comptable, vérifiée en valeur, est également vraie en volume, est un lieu commun des modèles macroéconomiques mais ce glissement des valeurs vers les volumes dépend en fait d'hypothèses, souvent non explicitées, faites sur l'agrégation des données.

Par exemple, les modèles macroéconomiques supposent en général que la production en volume est la somme des composantes de la demande en volume (c'est la célèbre égalité *Y=C+I+G+X-M*). Écrire cette égalité en volume revient à faire l'une des hypothèses suivantes sur la construction des agrégats :

• Dans la plupart des modèles macroéconomiques, il n'existe qu'un secteur (c'est-à-dire un unique bien dans l'économie) ; l'égalité en volume est obtenue en déflatant tous les termes de l'égalité en valeur par le prix unique *P* (éventuellement supposé égal à 1).

Par exemple, en limitant la production (Y) aux biens de consommation (C) et aux biens d'investissement (I), $Y_{VAL} = C_{VAL} + I_{VAL} \Leftrightarrow Y_{VAL}/P = C_{VAL}/P + I_{VAL}/P$, d'où $Y_{VOL} \equiv Y_{VAL}/P$, $C_{VOL} \equiv C_{VAL}/P$ et $I_{VOL} \equiv I_{VAL}/P$ et $Y_{VOL} = C_{VOL} + I_{VOL}$.

• Dans des modèles à plusieurs secteurs, l'écriture de l'égalité en volume repose implicitement sur d'autres hypothèses. Il est, par exemple, courant de passer des valeurs aux volumes en déflatant tous les termes de l'égalité comptable par le prix de l'un des biens (le numéraire), éventuellement égal à 1.

Par exemple, si les différents agrégats du modèle (ici, *Y*, *C* et *I*) sont des agrégations de deux biens élémentaires 1 et 2 (par exemple, des biens échangeables et non échangeables) et que le prix du bien 1 P_1 est choisi comme numéraire, l'écriture de l'égalité en volume découle du fait que les volumes sont définis comme le rapport des séries en valeur sur P_1 :

$Y_{VAL} = C_{VAL} + I_{VAL} \Leftrightarrow {Y_{VAL}}/{P_1} = {C_{VAL}}/{P_1} + {I_{VAL}}/{P_1}$ et donc $Y_{VOL} \equiv {Y_{VAL}}/{P_1}$, $C_{VOL} \equiv {C_{VAL}}/{P_1}$ et $I_{VOL} \equiv {I_{VAL}}/{P_1}$.

• Dans les modèles à plusieurs secteurs, l'écriture de l'égalité comptable en volume peut aussi signifier implicitement que les agrégats en volume sont mesurés avec des indices de Laspeyres non chaînés, ce qui garantit l'additivité des composantes (cf. encadré 5). Concrètement, cela revient à déflater les séries en valeur par des prix mesurés avec des indices de Paasche (cf. encadré 6).

$Y_{VAL} = C_{VAL} + I_{VAL} \Leftrightarrow {Y_{VAL}}/{P_P^Y} = {C_{VAL}}/{P_P^C} + {I_{VAL}}/{P_P^I} \Leftrightarrow Vol_Y^L = Vol_C^L + Vol_I^L$ d'où $Y_{VOL} \equiv Vol_Y^L$, $C_{VOL} \equiv Vol_C^L$ et $I_{VOL} \equiv Vol_I^L$ (avec P_P^X l'indice de Paasche de prix non chaîné de l'agrégat X et Vol_X^L le volume de l'agrégat X en niveau calculé à partir d'un indice de Laspeyres de quantités non chaîné).

★

Il apparaît donc qu'écrire une égalité comptable en volume revient à choisir une méthode d'agrégation des données, sans totalement expliciter ce choix. Il serait plus juste de préciser la méthode retenue et, idéalement, d'intégrer la même méthode que celle adoptée par les comptables pour construire les données.

Ainsi, quand les données des comptes nationaux sont chaînées, il faut intégrer le chaînage dans les modèles macroéconomiques, ce qui a pour conséquence directe que les égalités comptables entre agrégats en volume ne sont plus vérifiées (quand les données en volume sont construites à partir d'indices chaînés, la propriété d'additivité n'est pas vérifiée, cf. encadré 15).

4.4.2 Chaînage et modélisation économique

Le fait qu'en comptabilité chaînée, les égalités comptables ne soient pas vérifiées en volume a principalement deux conséquences :

- Idéalement, il faudrait réécrire les modèles macroéconomiques en tenant compte explicitement de la technique de chaînage pour construire les agrégats. Ce travail peut

sembler superflu mais, en réalité, les propriétés des modèles peuvent considérablement varier selon la technique d'agrégation adoptée, de sorte qu'il est hasardeux de supposer qu'un modèle agrégeant les séries avec des indices de Laspeyres non chaînés peut correctement reproduire des données construites avec des indices de Fisher chaînés.
Wehlan [22] a, par exemple, montré que les propriétés de long terme d'un modèle de croissance à deux secteurs différaient selon la méthode d'agrégation des données. En particulier, quand les données sont chaînées, il n'existe plus de sentier de croissance régulière où toutes les variables réelles croissent au même rythme.

- Par ailleurs, il est nécessaire de réfléchir aux implications de modèles mal spécifiés[57]. Par exemple, Tevlin et Whelan [19] soulignent les erreurs d'interprétation auxquelles se prête la formule d'accumulation du capital quand les données sont chaînées. Ils montrent que si cette formule est mal spécifiée compte tenu de la nature des données, elle conduit à penser que le taux de dépréciation du capital augmente avec le temps aux Etats-Unis alors qu'il s'agit d'un effet purement statistique compréhensible si l'on a bien spécifié le modèle (cf. encadré 28).

Encadré 28 : étude du taux de dépréciation du capital aux États-Unis

Tevlin et Whelan [19 et 21] illustrent les erreurs qui peuvent être commises en utilisant un modèle mal spécifié au regard des données. Leur étude porte sur l'évolution du taux de dépréciation du capital aux États-Unis, taux défini en inversant la formule d'accumulation du capital en volume $K_t = (1 - \delta_t)K_{t-1} + I_t$:

$$\delta_t \equiv \frac{I_t - \Delta K_t}{K_{t-1}} \quad (1)$$

où K est le stock de capital en volume, I est l'investissement en volume et δ est le taux de dépréciation.

★

Le modèle proposé par Tevlin et Whelan fait les hypothèses suivantes :
- Le stock de capital comprend deux composantes A et B.
- Le taux de croissance du stock de capital A est supérieur à celui du capital B mais le prix relatif du capital A par rapport au capital B diminue. La composition du capital agrégé en valeur ne change pas au cours du temps.
- Le taux de dépréciation des deux composantes reste constant au cours du temps.

On note K_t^A et K_t^B les stocks de capital en volume de type A et B, I_t^A et I_t^B les flux d'investissement en volume de type A et B et δ^A et δ^B les taux de dépréciation de A et B.

Sous l'hypothèse habituelle (discutée ci-après) que $I = I^A + I^B$ et $K = K^A + K^B$, δ_t peut se réécrire :

[57] Par « mal spécifié », on entend que le modèle est construit à partir d'une technique d'agrégation qui n'est pas celle retenue pour les données.

$$\delta_t = \frac{I_t - \Delta K_t}{K_{t-1}} = \delta^A (\frac{K_{t-1}^A}{K_{t-1}^A + K_{t-1}^B}) + \delta^B (\frac{K_{t-1}^B}{K_{t-1}^A + K_{t-1}^B}) \quad (2)$$

Le modèle prédit alors que :

- Le taux de dépréciation agrégé δ_t est la somme pondérée des taux de dépréciation de chaque type de capital.
- Si $\delta^A \neq \delta^B$, le taux de dépréciation agrégé varie quand la composition du capital agrégé est modifiée (δ^A et δ^B sont supposés constants).
- Si $\delta^A = \delta^B$, le taux de dépréciation agrégé ne varie pas, quelque soit la composition du stock de capital agrégé.

Ces prédictions, très intuitives, sont souvent utilisées en pratique par les économistes. Par exemple, en appliquant la formule (1) aux données américaines (chaînées), il apparaît que δ_t croît depuis les années 1960 et, en suivant les prédictions du modèle précédent, on pourrait penser que la raison en est que la structure du capital s'est nettement déformée vers le capital dont le taux de dépréciation est le plus élevé.

Toutefois, le modèle est mal spécifié. En effet, il suppose que l'investissement et le capital agrégés en volume sont égaux à la somme de leurs composantes en volume. Cette propriété d'additivité n'étant pas vérifiée quand les données sont chaînées, le modèle doit être réécrit et il apparaît que les prédictions du modèle changent.

★

Quand les données agrégées sont construites à partir d'indices de Fisher chaînés, la formule (2) n'est pas vérifiée. Alors, même si le taux de dépréciation est identique pour les deux types de capital, δ_t présente une tendance haussière.

Tevlin et Whelan démontrent cette proposition en trois étapes (cf [19] et [21] pour une démonstration détaillée) :

- Pour chaque type de capital, on peut montrer que le taux de croissance du stock de capital en volume est identique au taux de croissance de l'investissement en volume à long terme : $g_K^A = g_I^A = g^A$ et $g_K^B = g_I^B = g^B$.
- Au niveau agrégé, le taux de croissance de l'investissement en volume est approximativement égal à la somme pondérée des taux de croissance g^A et g^B, les pondérations étant le poids de l'investissement de chaque type en valeur dans l'investissement total en valeur (approximation de Tornqvist[58]). Il en va de même pour le taux de croissance du stock de capital en volume :

$$g_I = \alpha * g_I^A + (1-\alpha) * g_I^B \text{, avec } \alpha = \frac{P_t^A I_t^A}{P_t^A I_t^A + P_t^B I_t^B}$$

[58] Quand les séries en volume sont obtenues à partir d'indices chaînés de Fisher, on peut utiliser la formule de Tornqvist pour approcher leur taux de croissance (cf. encadré 19).

$$g_K = \beta * g_K^A + (1-\beta) * g_K^B \text{, avec } \beta = \frac{P_t^A K_t^A}{P_t^A K_t^A + P_t^B K_t^B}$$

- Enfin, on peut montrer que $g^A > g^B \Rightarrow \alpha > \beta$, d'où $g_I > g_K$. Ce différentiel de croissance entre l'investissement et le stock de capital explique que $\delta_t = \frac{I_t}{K_{t-1}} - g_K$ présente une tendance haussière au cours du temps.

★

Compte tenu du fait que le taux de dépréciation agrégé américain, calculé avec la formule (1), augmente depuis les années 1960, un modèle mal spécifié conduirait à penser que la composition du stock de capital s'est déformée vers le capital qui se déprécie le plus vite, alors que c'est la technique utilisée pour agréger les données américaines qui engendre « artificiellement » une tendance dans le taux de dépréciation. Tevlin et Whelan montrent d'ailleurs que, jusqu'au début des années 1990, le taux de dépréciation du capital, mesuré avec des données de Laspeyres non chaînées, est resté relativement stable, tandis que ce même taux, mesuré avec des données de Fisher chaînées a crû, preuve que les choix statistiques affectent les propriétés des modèles.

4.4.3 Estimation des modèles à correction d'erreur

L'estimation économétrique de relations entre des séries est souvent réalisée en pratique à l'aide de modèles à correction d'erreurs (MCE). Ce type de représentations permet à la fois de rendre compte des relations liant les variables économiques sur longue période et des désajustements temporaires qui s'observent à court et moyen terme.

L'estimation d'un modèle à correction d'erreur nécessite dans un premier temps d'identifier une relation de coïntégration, qui est la traduction statistique de la relation d'équilibre entre les variables considérées. Des variables sont dites coïntégrées s'il existe une combinaison de ces variables qui est stationnaire (alors que les variables ne le sont pas individuellement). Cette relation joue le rôle de cible de long terme dans le modèle à correction d'erreur.

Les relations de coïntégration sont, en général, dérivées de la théorie économique ; c'est ainsi que l'on a été amené à chercher des relations d'équilibre entre le stock de capital en volume et la VA en volume, entre le revenu réel et la consommation réelle…

★

L'adoption des comptes chaînés conduit à porter une attention renouvelée aux séries utilisées lors de l'estimation des modèles à correction d'erreur :

- Les estimations économétriques portent généralement sur les séries en volume et toutes les précautions liées à l'usage des volumes chaînés en niveau doivent être prises (cf. partie 4.1). En particulier, si une série est définie par le rapport d'une composante à son agrégat en volume chaîné (par exemple, le taux d'investissement en ordinateurs), il faut garder à l'esprit que cette série présente un biais et, si les effets de substitution sont forts, il est recommandable de lui substituer le rapport en valeur (cf. partie 4.1.3).

- De manière générale, les modèles macroéconomiques doivent être réécrits en tenant compte du chaînage, de manière à éviter des erreurs de spécification qui perturberaient l'estimation (cf. encadré 29).

Encadré 29 : erreur de spécification dans une équation d'investissement

La résolution du modèle traditionnel d'ajustement du stock de capital aboutit à l'équation suivante (cf. [19]) :

$$\Delta k_t = \sum_{i=0}^{N} \alpha_i \Delta y_{t-i} - \sigma \sum_{i=0}^{N} \alpha_i \Delta c_{t-i} - \beta u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

avec k_t le stock de capital, y_t la production et c_t le coût du capital (variables en logarithme). $u_t = k_t - y_t + c.c_t$ est l'écart à la cible de long terme.

En général, ce n'est pas cette équation qui est estimée économétriquement. Il est courant de la réécrire de manière à faire apparaître $\frac{I_t}{K_{t-1}}$ comme variable endogène ; pour cela, on utilise l'approximation $\Delta k_t \approx \frac{\Delta K_t}{K_{t-1}} = \frac{I_t}{K_{t-1}} - \delta$ (où I est l'investissement et δ est le taux de dépréciation du capital) et l'équation devient :

$$\frac{I_t}{K_{t-1}} = \delta + \sum_{i=0}^{N} \alpha_i \Delta y_{t-i} - \sigma \sum_{i=0}^{N} \alpha_i \Delta c_{t-i} - \beta u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

C'est cette seconde équation, qui est estimée en pratique. Toutefois, la discussion de l'encadré 28 montre que, lorsque les données sont chaînées, le taux de dépréciation du capital n'est pas constant, ce qui fausse l'estimation de (2) (l'estimation fait d'ailleurs apparaître une tendance dans le résidu). La bonne méthode consiste à estimer directement l'équation (1).

- La réécriture des modèles macroéconomiques est également nécessaire pour identifier les « vraies » relations d'équilibre théoriques entre les variables, relations qui sont ensuite reproduites dans la cible de long terme du MCE.
  Whelan [22] montre ainsi que les résultats du modèle de croissance de Solow-Ramsey (résultats qui sont couramment utilisés pour déterminer les relations de long terme) ne sont plus vérifiés quand le modèle comprend deux secteurs et quand la technique d'agrégation utilise le chaînage. En particulier, les taux de croissance réelle de la production, de l'investissement et de la croissance ne sont plus égaux à long terme, de sorte que les rapports en volume chaîné de la consommation au PIB ou de l'investissement au PIB sont non stationnaires (cf. encadré 30). Par contre, les mêmes rapports en valeur sont stationnaires dans le modèle et c'est cette propriété qui est utilisée pour chercher les « vraies » relations de coïntégration (cf. encadré 31).

Encadré 30 : poids en volume en comptes chaînés

Il est utile de bien distinguer deux arguments déjà évoqués et relatifs aux poids en volume : l'argument du biais de substitution de la partie 4.1 et l'argument du modèle de Whelan. Ces deux arguments ne portent pas sur les mêmes types de séries :

- En comptes chaînés, le poids en volume d'une composante, dont le prix relatif diminue et dont la croissance réelle est relativement élevée, est biaisé du fait de l'existence d'un « biais de substitution » entre les composantes de l'agrégat (cf. partie 4.1.3). Cet argument s'applique, par exemple, au rapport de l'investissement en ordinateurs à l'investissement non résidentiel total mais il est moins pertinent pour analyser les poids de la consommation ou de l'investissement dans le PIB puisque les effets de substitution n'existent pas (ou peu) entre les grandes composantes du PIB.

- L'argument de Whelan s'applique, par contre, aux grandes composantes du PIB (consommation, investissement…). Dans le modèle de Whelan, qui tient compte du chaînage, les poids en volume des ces grands agrégats dérivent à long terme[59] (cf. [22]). En effet, les grandes composantes du PIB sont elles-mêmes des agrégations, à des degrés divers, de deux types de biens -les biens durables et les biens non durables- entre lesquels il y a des phénomènes de substitution (l'effet de substitution s'observe donc *au sein* des composantes du PIB et non *entre* les composantes, comme c'était le cas dans l'argument précédent). Le modèle de Whelan montre, d'une part, que les taux de croissance des grandes composantes en volume du PIB sont stables à long terme et, d'autre part, que ces taux de croissance diffèrent les uns des autres, car la composition de chaque composante en biens durables et non durables diffère en valeur. Ainsi les poids en volume des grandes composantes du PIB sont non stationnaires à long terme.

Encadré 31 : relation de coïntégration dans une équation de consommation

En tenant compte explicitement du problème de l'agrégation, le modèle de croissance de long terme aboutit à la conclusion que le rapport de la consommation en volume au PIB en volume n'est pas stable à long terme (fait que l'on observe effectivement sur les données américaines[60]) mais que le rapport de la consommation en valeur au PIB en valeur l'est (cf. [22]).

Il n'est donc pas justifié d'introduire dans la cible de long terme du MCE une relation stable entre la consommation réelle et le PIB réel[61] mesurés par la comptabilité chaînée. Toutefois, la stabilité du ratio en valeur suggère qu'une relation d'équilibre entre la consommation en volume et le revenu en volume existe à condition que ces séries soient obtenues en déflatant la consommation et le revenu en valeur par le même déflateur (en l'occurrence le déflateur de la consommation P_C) :

---

59 Ce phénomène est une conséquence du modèle et ne constitue pas un « biais » à proprement parler (contrairement au premier argument).

60 De manière évidente, ce phénomène peut également s'expliquer par d'autres facteurs que la technique d'agrégation retenue. Pour en juger, il peut être utile de comparer la stabilité du rapport des deux volumes à long terme en comptabilités chaînée et non chaînée.

61 Par consommation réelle (resp. PIB réel), on entend le rapport de la consommation (resp. du PIB) en valeur au déflateur de la consommation (resp. du PIB).

$$\frac{C_{VAL}}{Y_{VAL}} = \alpha \Rightarrow \frac{C_{VAL} / P_C}{Y_{VAL} / P_C} = \alpha$$

De manière générale, le modèle de Whelan [22] prévoit que des relations stables existent à long terme entre les variables macroéconomiques en valeur, de sorte que les variables présentes dans la relation de coïntégration devraient être déflatées par le même indice de prix. Par exemple, dans une équation d'investissement, une relation de coïntégration devrait être recherchée entre l'investissement réel et le PIB en valeur divisé par le déflateur de l'investissement.

★

La partie court-terme du MCE peut ensuite être estimée en utilisant les variables réelles habituelles (i.e. les variables en valeur déflatées par leur déflateur propre) mais en ajoutant une variable de variation de prix relatif $\Delta \ln(P_Y / P_C)$.

Comme $\Delta \ln(Y_{VAL} / P_C) = \Delta \ln(Y_{VAL} / P_Y) + \Delta \ln(P_Y / P_C)$, on estime le MCE suivant (en testant éventuellement $a_1 = a_2$) :

$$\Delta \ln(C_{VAL} / P_C) = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta \ln(Y_{VAL} / P_Y) + \alpha_2 \Delta \ln(P_Y / P_C) - \beta(\ln C_{VAL} - \ln Y_{VAL}) + \varepsilon_t$$

Références Bibliographiques

- [1] **Berthier**, « Le chaînage des indices. Entre nécessité pratique et justification théorique », Courrier des statistiques n°108, 2003.
- [2] **Berthier**, « Introduction à la pratique des indices statistiques», document de travail de l'INSEE n° M0503, 2005.
- [3] **Bloem, Dippelsman** et **Maehle**, « Price and Volume Measures : Specific QNA-ANA Issues », Manuel des comptes nationaux trimestriels, Fonds Monétaire International, 2001.
- [4] **Boskin, Michael, Dulberger, Gordon, Grilliches, Dale** et **Jorgenson**, « Consumer prices, the consumer price index and the cost of living », Journal of Economic Perspectives, 1998.
- [5] **Cahill**, « Teaching chain-weight real GDP measures», Journal of economic education, 2002.
- [6] **Fabre** et **Prost**, « Méthodologie des comptes trimestriels », chapitre 3 « Les volumes et les prix », INSEE méthode n° 108, 2005.
- [7] **Hill**, « Récents développements de la théorie et de la pratique des indices», Revue économique de l'OCDE, 1988.
- [8] **Jones**, « Using chain-weighted NIPA data », FRBSF economic letter, 2002.
- [9] **Landefeld, Parker,** et **Triplett**, « Preview of the comprehensive revision of the national income and product accounts : BEA's new featured measures of output and prices », Survey of current business, 1995.
- [10] **Landefeld** et **Parker**, « BEA's chain indexes, time series and measures of long term economic growth», Survey of current business, 1997.
- [11] **Landefeld, Moulton, Vojtech**, « Chained-dollar indexes; issues, tips on their use and upcoming changes », Survey of current business, 2003.
- [12] **Lynch**, « Measuring real growth – index numbers and chain-linking», Economic Trends, 1996.
- [13] **Moulton, Seskin**, « A preview of the 1999 comprehensive revision of the National and Income Product accounts », Survey of current business, 1999.
- [14] **Moulton**, « Working with chain-type aggregates: a few tricks », BEA, 2003.
- [15] **Nordhaus**, « Alternative methods for measuring productivity growth including approaches when output is measured with chain indexes », Document de travail de l'Université de Yale, 2002.
- [16] **Rossiter**, « Fisher ideal indexes in the national income and product accounts », Journal of Economic Education, 2000.
- [17] **Schlacther**, « De l'analyse à la prevision », Ellipses, 1986.
- [18] **Steindel**, « Chain-weighting : the new approach to measuring GDP », Current issues in economics and finance, 1995.
- [19] **Tevlin** et **Whelan**, « Explaining the investment boom of the 1990s », Federal Reserve board, 2000.
- [20] **Triplett**, « Economic theory and BEA's alternative quantity and prices indexes », Survey of current business, 1992.
- [21] **Whelan**, « A guide to the use of chain aggregated NIPA data », Federal Reserve Board, 2000.
- [22] **Whelan**, « A two-sector approach to modelling U.S. NIPA data », Federal Reserve Board, 2001.
- [23] **Young**, « Alternative measures of real GDP », Survey of current business, 1989.

- [24] **Young,** « Alternative measures of change in real output and prices, Quarterly estimates for 1959-92 », Survey of current business, 1993.
- [25] Méthodologie des comptes en volumes chaînés, comptes nationaux annuels base 1995, INSEE, 2006.
- [26] System of national accounts UN, chapitre 16 « Price and volume measures», 1993.
- [27] « 1993 system of national accounts : five years on », compte rendu de la réunion sur les comptes nationaux, OCDE/Nations Unies, 1998.
- [28] « Emploi des statistiques des prix dans les comptes nationaux », Nations Unies, 2000.
- [29] « Indices de volume en chaîne Fisher », Statistique Canada, 2002.
- [30] « Implementing chain-type indexes using a Fisher formula: educating the data user in the United-States », compte rendu de reunion à l'OCDE, 1998.
- [31] « A Guide to the National Income and Product Accounts of the United States », 2006.
- [32] « Méthodologie des volumes en prix chaînés », INSEE, 2007.